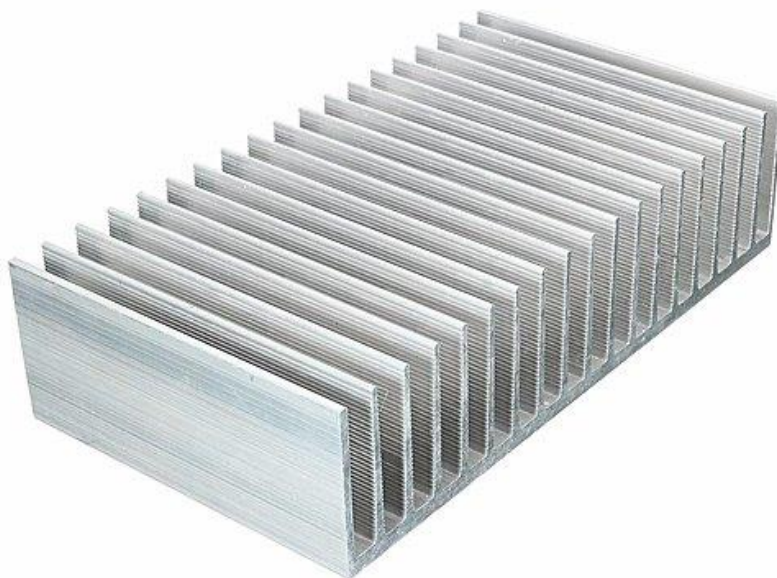


PRZENIKANIE CIEPŁA PRZEZ POWIERZCHNIE OŻEBROWANE

1. Wstęp



Rys. 1-2. Ożebrowana powierzchnia wymiany ciepła.

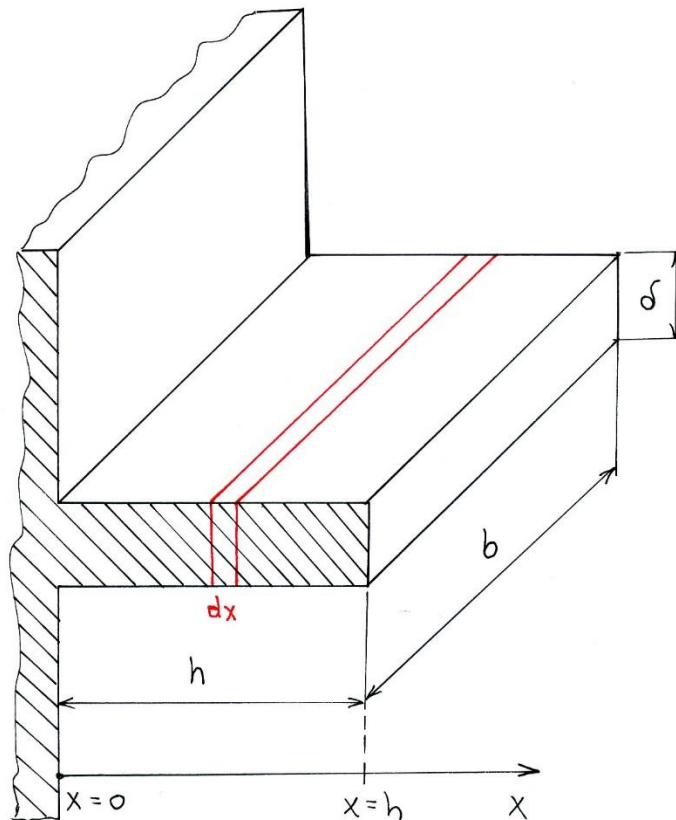
Zastosowanie ożebrowania nie tylko zwiększa powierzchnię wymiany ciepła, ale także wpływa na wartość współczynnika wnikania ciepła oraz na opory hydrauliczne w porównaniu z powierzchnią nieożebrowaną. Wymienniki z ożebrowaną powierzchnią wymiany ciepła nazywa się często wymiennikami z rozwiniętą powierzchnią wymiany ciepła lub wymiennikami kompaktowymi (compact heat exchangers). Nazwa kompaktowe bierze się stąd, że w wymiennikach ożebrowanych stosunek powierzchni wymiany ciepła do objętości wymiennika jest duży, z reguły przekracza on wartość $700 \text{ m}^2/\text{m}^3$.

Dobrze zaprojektowany kompaktowy wymiennik ciepła powinien charakteryzować się następującymi cechami:

- duża sprawność żeber i powierzchni ożebrowanej,
- współczynnik wnikania ciepła nie mniejszy niż w przypadku powierzchni nieożebrowanej,
- niezbyt duży wzrost oporów hydraulicznych wynikający z zastosowania ożebrowania,
- większy strumień przekazywanego ciepła w porównaniu z wymiennikiem bez ożebrowania,
- mniejsze wymiary wymiennika w porównaniu z wymiennikiem o tej samej wydajności cieplnej, w którym nie zastosowano ożebrowania.

2. Wymiana ciepła przez żebro o przekroju prostokątnym

2.1. Wstęp



Założenia:

- analizujemy stan ustalony,
- temperatura w żebrze zmienia się tylko w kierunku osi x ,

- ciepło oddawane przez żebro na drodze konwekcji traktujemy jako ciepło pobierane przez ujemne źródło ciepła o wydajności g ,
 - szerokość żebra b jest znacznie większa od jego grubości δ
- $$b \gg \delta \quad (2.1)$$

Przy przyjętych założeniach pole temperatury w żebrze opisuje równanie *Poissona*

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{g(T)}{\lambda} = 0 \quad (2.2)$$

gdzie:

$$g(T)dV = -\alpha(T - T_f)dA \quad (2.3)$$

$$g(T)b\delta dx = -\alpha(T - T_f)2(b + \delta)dx \quad (2.4)$$

$$g(T) = \frac{-2(b + \delta)\alpha}{b\delta}(T - T_f) \quad (2.5)$$

Wprowadzimy oznaczenie

$$m^2 = \frac{2(b + \delta)\alpha}{b\delta\lambda} \cong \frac{2\alpha}{\delta\lambda} \quad (2.6)$$

Wyrażenie na m^2 uproszczono dzięki uwzględnieniu założenia (2.1). Otrzymujemy następujące równanie różniczkowe opisujące pole temperatury w żebrze

$$\frac{d^2T}{dx^2} - m^2(T - T_f) = 0 \quad (2.7)$$

2.2. Rozwiązanie równania przewodnictwa cieplnego dla żebra o przekroju prostokątnym

Równanie (2.7) rozwiążemy z warunkiem brzegowym pierwszego rodzaju

$$T(0) = T_w \quad (2.8)$$

oraz trzeciego rodzaju

$$\frac{dT}{dx}(h) = 0 \quad (2.9)$$

(2.8) - dana jest temperatura podstawy żebra

(2.9) - brzeg żebra (dla $x = h$) jest zaizolowany (h - wysokość żebra)

Do równań (2.7), (2.8) oraz (2.9) wprowadzimy nową zmienną - nadwyżkę temperatury

$$\theta = T - T_f \quad (2.10)$$

Równanie różniczkowe (2.7) przyjmuje formę

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad (2.11)$$

a warunki brzegowe (2.8) i (2.9) odpowiednio

$$\theta(0) = \theta_w \quad (2.12)$$

$$\frac{d\theta}{dx}(h) = 0 \quad (2.13)$$

gdzie $\theta_w = T_w - T_f$.

Rozwiązanie ogólne równania (2.11) ma postać

$$\theta = C_1 \cosh[m(h-x)] + C_2 \sinh[m(h-x)] \quad (2.14)$$

Wyznamy teraz wartości stałych dowolnych C_1 oraz C_2 z warunków brzegowych (2.12) i (2.13). Pochodna rozwiązania ogólnego (2.14) ma postać

$$\frac{d\theta}{dx} = -C_1 m \sinh[m(h-x)] - C_2 m \cosh[m(h-x)] \quad (2.15)$$

Na podstawie (2.13) mamy

$$0 = -C_1 m \sinh(0) - C_2 m \cosh(0) \quad (2.16)$$

czyli (przy $\sinh(0) = 0$; $\cosh(0) = 1$)

$$C_2 = 0 \quad (2.17)$$

Z warunku (2.12) mamy

$$\theta_w = C_1 \cosh(mh) \quad (2.18)$$

czyli

$$C_1 = \frac{\theta_w}{\cosh(mh)} \quad (2.19)$$

Rozwiązanie szczególne równania (2.11) z warunkami brzegowymi (2.12) i (2.13) ma więc postać

$$\theta(x) = \theta_w \frac{\cosh[m(h-x)]}{\cosh(mh)} \quad (2.20)$$

Po uwzględnieniu definicji (2.10) jest

$$T(x) = T_f + (T_w - T_f) \frac{\cosh[m(h-x)]}{\cosh(mh)} \quad (2.21)$$

2.3. Sprawność żebra

Sprawność żebra jest definiowana jako iloraz strumienia ciepła oddawanego przez żebro o zmiennej temperaturze $T(x)$ do maksymalnej wartości tego strumienia, czyli dla żebra o stałej temperaturze równej temperaturze podstawy żebra, T_w

$$\eta_z = \frac{Q}{Q_m} = \frac{A\alpha(T_z - T_f)}{A\alpha(T_w - T_f)} = \frac{T_z - T_f}{T_w - T_f} \quad (2.22a)$$

gdzie T_z jest średnią temperaturą żebra, A jest polem powierzchni żebra

$$A = 2hb \quad (2.22b)$$

Strumień ciepła oddawanego przez powierzchnię zewnętrzną żebra jest równy strumieniowi ciepła przewodzonego przez podstawę żebra

$$Q = -A\lambda \frac{dT}{dx}(0) \quad (2.23)$$

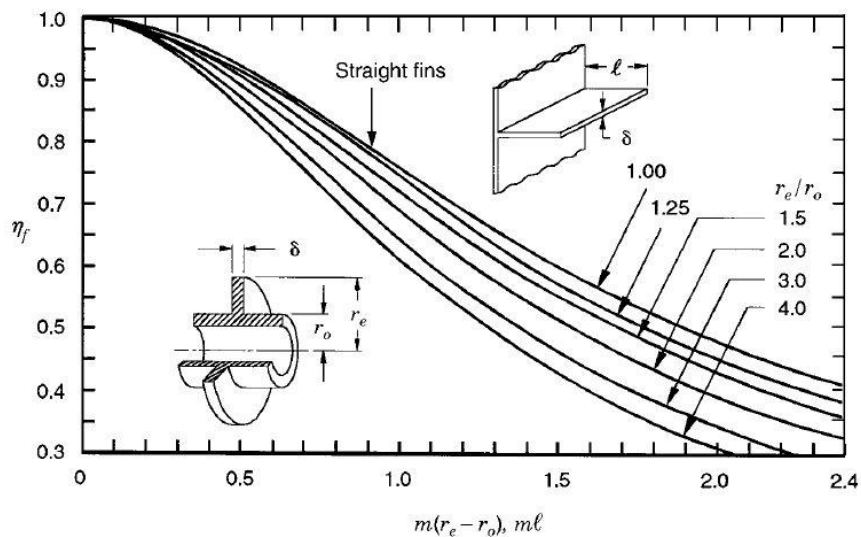
Dla przypadku żebra prostokątnego otrzymujemy z równania (2.23)

$$Q = b\delta\lambda m(T_w - T_f) \tanh(mh) \quad (2.24)$$

Po podstawieniu za $\delta\lambda$ wyrażenia $2\alpha/m^2$ wyznaczonego z równania (2.6) otrzymujemy

$$Q = \frac{2b\alpha}{m}(T_w - T_f) \tanh(mh) \quad (2.25)$$

$$\eta_z = \frac{Q}{Q_m} = \frac{\frac{2b\alpha}{m}(T_w - T_f) \tanh(mh)}{2hb\alpha(T_w - T_f)} = \frac{\tanh(mh)}{mh} \quad (2.26)$$



Rys. 3-1. Sprawność żebra prostokątnego i okrągłego.

Żebra należy stosować wtedy, gdy strumień ciepła oddawanego przez żebro jest większy od strumienia ciepła oddawanego przez podstawę żebra, dla przypadku gdyby tego żebra nie było

$$\frac{Q}{Q_0} > 1 \quad (2.27)$$

gdzie dla żebra prostokątnego

$$Q_0 = b\delta\alpha(T_w - T_f) \quad (2.28)$$

Po uwzględnieniu (2.25) mamy

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\frac{2b\alpha}{m}(T_w - T_f) \tanh(mh)}{b\delta\alpha(T_w - T_f)} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\delta\alpha}} \tanh(mh) \quad (2.29)$$

Dla dużego h ($h \rightarrow \infty$) jest $\tanh(mh) \rightarrow 1$, czyli dla wysokich żeber sens stosowania ożebrowania wyraża warunek

$$\frac{2\lambda}{\delta\alpha} > 1 \quad (2.30)$$

Jeżeli założymy, że brzeg żebra prostego o przekroju prostokątnym nie jest zaizolowany (uwzględniona jest wymiana ciepła przez krawędź żebra równoległą do ścianki), to wzór na sprawność żebra ma postać

$$\eta_z = \frac{\tanh(mh) + B}{(B + mh)[1 + B \tanh(mh)]} \quad (2.31)$$

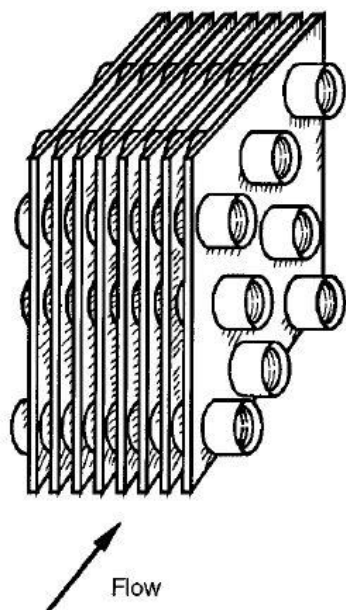
gdzie

$$B = \frac{\alpha}{m\lambda} \quad (2.32)$$

Pole powierzchni żebra jest równe

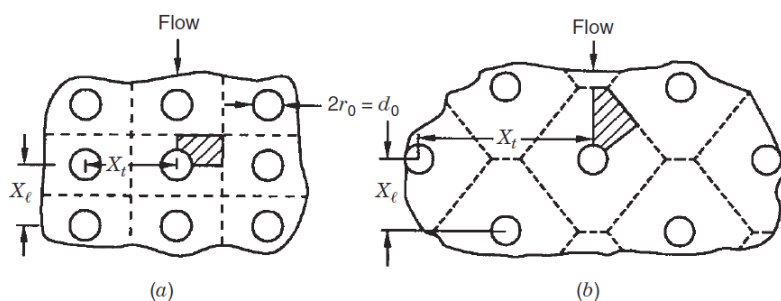
$$A = b(2h + \delta) \quad (2.33)$$

3. Obliczanie sprawności żeber płytowych osadzonych na pęczku rur

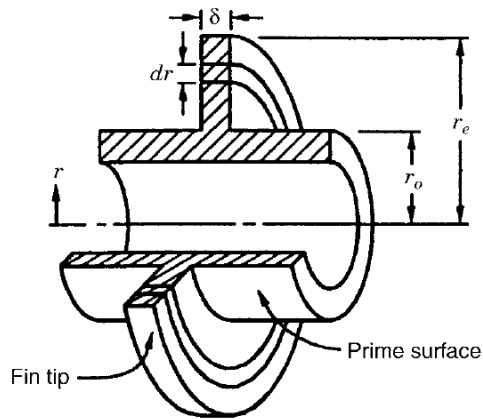


Rys. 3-1. Żebra w postaci płaskich płyt osadzone na pęczku rur okrągłych.

Jedną z metod określania sprawności takich żeber jest metoda równoważnego żebra okrągłego. Powierzchnię żebra płytowego dzielimy na jednakowe części, np. na prostokąty lub sześciokąty) zgodnie z zasadą pokazaną na rys. 3-2. Obliczamy pole powierzchni jednej części (nie uwzględniamy pola powierzchni otworu na rurkę) i wyznaczamy średnicę żebra okrągłego (rys. 3-3) o powierzchni równej powierzchni jednej części. Sprawność tak otrzymanego równoważnego żebra okrągłego uznajemy za równą sprawności żebra płytowego.



Rys. 3-2. Podział żebra płytowego na części w celu określenia pola powierzchni równoważnego żebra okrągłego.



Rys. 3-3. Żebro okrągłe o stałej grubości.

Pole jednego sześciokąta przedstawionego na rysunku 3.2(b) jest równe

$$A_6 = X_l X_t \quad (3.1)$$

Pole powierzchni równoważnego żebra okrągłego wynosi więc

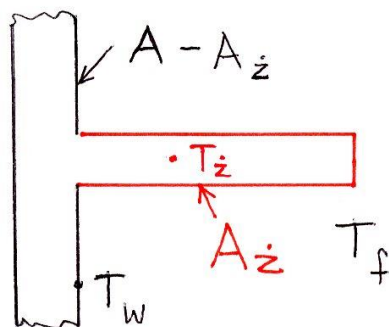
$$A_o = A_6 - \frac{\pi d_z^2}{4} \quad (3.2)$$

gdzie d_z jest średnicą rurki.

Stąd średnica równoważnego żebra okrągłego jest równa

$$D = \sqrt{\frac{4A_o}{\pi} + d_z^2} \quad (3.3)$$

4. Sprawność powierzchni ożebrowanej



Strumień ciepła oddawanego przez powierzchnię ożebrowaną można obliczyć następująco

$$Q = (A - A_z)\alpha(T_w - T_f) + A_z\alpha(T_z - T_f) \quad (4.1)$$

gdzie:

A – całkowite pole powierzchni ożebrowanej (ścianka plus żebra),

A_z – pole powierzchni żeber,

α – współczynnik wnikania ciepła,

T_w – temperatura podstawy żebra

T_z – średnia temperatura żebra

T_f – temperatura płynu.

Wprowadzimy teraz pojęcie sprawności powierzchni ożebrowanej, $\eta_{poż}$

$$Q = A\alpha(T_w - T_f)\eta_{poż} \quad (4.2)$$

Przyrównujemy prawe strony równań (4.1) oraz (4.2)

$$\begin{aligned} (A - A_z)\alpha(T_w - T_f) + A_z\alpha(T_z - T_f) \\ = A\alpha(T_w - T_f)\eta_{poż} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Z równania (4.3) wyznaczamy $\eta_{poż}$

$$\eta_{poż} = 1 - \frac{A_z}{A}(1 - \eta_z) \quad (4.4)$$

5. Przenikanie ciepła przez ściankę płaską ożebrowaną

Wyznaczanie współczynnika przenikania ciepła dla ścianki płaskiej ożebrowanej.

Wnikanie ciepła do ścianki po stronie nieożebrowanej

$$Q = A_1 \alpha_1 (T_{f1} - T_{w1}) \quad (5.1)$$

A_1 jest polem powierzchni ścianki po stronie nieożebrowanej.

Przewodzenie ciepła przez ściankę o grubości δ bez uwzględnienia żeber

$$Q = A_1 \frac{\lambda}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}) \quad (5.2)$$

Wnikanie ciepła do płynu po stronie żeber

$$Q = A_2 \alpha_2 (T_{w2} - T_{f2}) \eta_{poż} \quad (5.3)$$

A_2 jest polem powierzchni ścianki po stronie ożebrowanej, łącznie z żebrami.

Z (5.1)

$$T_{f1} - T_{w1} = \frac{Q}{A_1 \alpha_1} \quad (5.4)$$

Z (5.2)

$$T_{w1} - T_{w2} = \frac{Q \delta}{A_1 \lambda} \quad (5.5)$$

Z (5.5)

$$T_{w2} - T_{f2} = \frac{Q}{A_2 \alpha_2 \eta_{poż}} \quad (5.6)$$

Równania (5.4) - (5.6) sumujemy stronami

$$T_{f1} - T_{f2} = Q \left(\frac{1}{A_1 \alpha_1} + \frac{\delta}{A_1 \lambda} + \frac{1}{A_2 \alpha_2 \eta_{poż}} \right) \quad (5.7)$$

Po przekształceniu (5.7) otrzymujemy

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{A_1 \alpha_1} + \frac{\delta}{A_1 \lambda} + \frac{1}{A_2 \alpha_2 \eta_{poz}}} (T_{f1} - T_{f2}) \quad (5.8)$$

Równanie (5.8) można przedstawić w postaci

$$Q = A_2 k_z (T_{f1} - T_{f2}) \quad (5.9)$$

k_z jest współczynnikiem przenikania ciepła przez ściankę ożebrowaną odniesionym do powierzchni A_2 .

Porównując równania (5.8) oraz (5.9) dostajemy

$$\frac{1}{k_z} = \frac{A_2}{A_1 \alpha_1} + \frac{A_2 \delta}{A_1 \lambda} + \frac{1}{\alpha_2 \eta_{poz}} \quad (5.10)$$

6. Obliczanie współczynnika przenikania ciepła dla pęczka rurek ożebrowanych po stronie zewnętrznej

Wnikanie ciepła dla wewnętrznej powierzchni rur

$$Q = A_w \alpha_w (T_{f1} - T_{w1}) \quad (6.1)$$

gdzie:

$A_w = \pi d_w l n$ – wewnętrzna powierzchnia wymiany ciepła (wewnętrzna powierzchnia rurek),

α_w – współczynnik wnikania ciepła wewnątrz rurek, $W/(m^2 \cdot K)$

d_w – średnica wewnętrzna rurki,

l – długość rurki,

n – liczba rurek,

T_{f1} – średnia temperatura płynu wewnątrz rurek,

T_{w1} – średnia temperatura wewnętrznej powierzchni rurek.

Przewodzenie ciepła przez ścianki rur

$$Q = \frac{2\pi \ln \lambda_r}{\ln \frac{d_z}{d_w}} (T_{w1} - T_{w2}) \quad (6.2)$$

gdzie:

d_z – średnica zewnętrzna rurki,

λ_r – przewodność cieplna materiału rurki, W/(m·K),

T_{w2} – średnia temperatura zewnętrznej powierzchni rurki.

Wnikanie ciepła dla powierzchni ożebrowanej

$$Q = A_z \alpha_z (T_{w2} - T_{f2}) \eta_{poz} \quad (6.3)$$

gdzie:

A_z – całkowita (żebra plus powierzchnia zewnętrzna nieożebrowanych rurek) zewnętrzna powierzchnia wymiany ciepła

α_z – współczynnik wnikania ciepła dla powierzchni ożebrowanej (zewnętrznej), W/(m²·K)

T_{f2} – średnia temperatura płynu omywającego powierzchnię ożebrowaną,

$\eta_{poz} = 1 - \frac{A_z}{A} (1 - \eta_z)$ – sprawność powierzchni ożebrowanej.

Z równań (6.1)-(6.3) wyznaczamy różnice temperatur

$$T_{f1} - T_{w1} = \frac{Q}{A_w \alpha_w} \quad (6.4)$$

$$T_{w1} - T_{w2} = \frac{Q \ln \frac{d_z}{d_w}}{2\pi \ln \lambda} \quad (6.5)$$

$$T_{w2} - T_{f2} = \frac{Q}{A_z \alpha_z \eta_{poz}} \quad (6.6)$$

Równania (6.4)-(6.6) sumujemy stronami otrzymując

$$T_{f1} - T_{f2} = Q \left(\frac{1}{A_w \alpha_w} + \frac{\ln \frac{d_z}{d_w}}{2\pi \ln \lambda} + \frac{1}{A_z \alpha_z \eta_{poż}} \right) \quad (6.7)$$

Po odpowiednim przekształceniu równania (6.7) dostajemy

$$Q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{A_w \alpha_w} + \frac{1}{2\pi \ln \lambda} \ln \frac{d_z}{d_w} + \frac{1}{A_z \alpha_z \eta_{poż}}} \quad (6.8)$$

Po pomnożeniu prawej strony równania (6.8) przez $\frac{A_z}{A_z}$ można

je przekształcić do postaci

$$Q = A_z k_z (T_{f1} - T_{f2}) \quad [W] \quad (6.9)$$

gdzie współczynnik wnikania ciepła odniesiony do zewnętrznej powierzchni wymiany ciepła można obliczyć z równania

$$\frac{1}{k_z} = \frac{A_z}{A_w \alpha_w} + \frac{d_w A_z}{A_w \lambda} \ln \frac{d_z}{d_w} + \frac{1}{\alpha_z \eta_{poż}} \quad \left[\frac{m^2 \cdot K}{W} \right] \quad (6.10)$$