

Metoda iteracyjna rozwiązywania układu równań algebraicznych liniowych
 $Ax = b$

$$A := \begin{pmatrix} -9.34 & 3.6 & 2.1 & -3.33 \\ 1.3 & 8.3 & -0.6 & 6.3 \\ 0 & 1.23 & 12.1 & -5.2 \\ 4.23 & -3.3 & 4.5 & 24.2 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 4.5 \\ 1.3 \\ 0.93 \\ -2.8 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie za pomocą macierzy odwrotnej

$$x_a := A^{-1} \cdot b \quad x_a = \begin{pmatrix} -0.37159 \\ 0.23761 \\ 0.0415 \\ -0.02607 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie funkcją MATHcadowską Isolve

$$x_m := \text{Isolve}(A, b) \quad x_m = \begin{pmatrix} -0.372 \\ 0.238 \\ 0.042 \\ -0.026 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metodą iteracyjną

$$M := \begin{pmatrix} 0 & \frac{3.6}{9.34} & \frac{2.1}{9.34} & \frac{-3.33}{9.34} \\ -\frac{1.3}{8.3} & 0 & \frac{0.6}{8.3} & \frac{6.3}{8.3} \\ 0 & \frac{1.23}{12.1} & 0 & \frac{5.2}{12.1} \\ -\frac{4.23}{24.2} & \frac{3.3}{24.2} & \frac{4.5}{24.2} & 0 \end{pmatrix} \quad w := \begin{pmatrix} \frac{4.5}{9.34} \\ \frac{1.3}{8.3} \\ \frac{0.93}{12.1} \\ \frac{2.8}{24.2} \end{pmatrix}$$

Założone rozwiązanie (może to być wektor o dowolnych składowych)

$$x_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Rozwiązania dla kolejnych iteracji

$$i := 1..20 \quad x_{i+1} := M \cdot x_i + w$$

$$x_2 = \begin{pmatrix} -0.228 \\ -0.687 \\ 0.405 \\ -0.34 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} -0.534 \\ 0.48 \\ 5.181 \times 10^{-4} \\ -0.245 \end{pmatrix} \quad x_5 = \begin{pmatrix} -0.35 \\ 0.151 \\ 0.052 \\ -6.637 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad x_7 = \begin{pmatrix} -0.368 \\ 0.258 \\ 0.036 \\ -0.025 \end{pmatrix}$$

$$x_{10} = \begin{pmatrix} -0.37224 \\ 0.23885 \\ 0.04143 \\ -0.02646 \end{pmatrix} \quad x_{15} = \begin{pmatrix} -0.37157 \\ 0.2376 \\ 0.0415 \\ -0.02606 \end{pmatrix} \quad x_{20} = \begin{pmatrix} -0.37159 \\ 0.23761 \\ 0.0415 \\ -0.02607 \end{pmatrix} \quad x_m = \begin{pmatrix} -0.37159 \\ 0.23761 \\ 0.0415 \\ -0.02607 \end{pmatrix}$$

	0
0	0
1	[4, 1]
2	[4, 1]
3	[4, 1]
4	[4, 1]
5	[4, 1]
6	[4, 1]
7	[4, 1]
8	[4, 1]
9	[4, 1]
10	[4, 1]
11	[4, 1]
12	[4, 1]
13	[4, 1]
14	[4, 1]
15	...

$$xs := \text{submatrix}(x, 1, 3, 0, 0)$$

$$xs = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -0.228 \\ -0.687 \\ 0.405 \\ -0.34 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -0.534 \\ 0.48 \\ 5.181 \times 10^{-4} \\ -0.245 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

Metoda iteracyjna Jacobi'ego rozwiązywania układu równań algebraicznych liniowych o postaci $A x = b$

$$A := \begin{pmatrix} -9.34 & 3.6 & 2.1 & -1.33 & 0.8 & 0.22 & 1.45 \\ 1.3 & 11.3 & -0.6 & 4.3 & -2.1 & 1.43 & -0.1 \\ 0.3 & 1.23 & 12.1 & -5.2 & -2.78 & 0.55 & 0 \\ 4.23 & -3.3 & 4.5 & 27.2 & 9.4 & 3.99 & -1.9 \\ -0.74 & 2.1 & 3.7 & 10.2 & 17.8 & -0.32 & -1.55 \\ 1.2 & -0.76 & 2.8 & 3.2 & -0.76 & 12.4 & 2.34 \\ 0 & 12.3 & 0 & -8.3 & 0.67 & 3.34 & 21.8 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 4.5 \\ -0.97 \\ 1.3 \\ 0.93 \\ 2.45 \\ 8.43 \\ -2.8 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie do celów porównawczych za pomocą macierzy odwrotnej

$$x_a := A^{-1} \cdot b \quad x_a = \begin{pmatrix} -0.48049 \\ -0.06103 \\ 0.0828 \\ -0.09988 \\ 0.15663 \\ 0.78788 \\ -0.25756 \end{pmatrix}$$

$$n := \text{length}(b) - 1$$

$$x(m) := \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \quad x_{i,0} \leftarrow 1 \\ \text{for } k \in 0..m \\ \quad \text{for } i \in 0..n \\ \quad \quad x_{i,k+1} \leftarrow \frac{1}{A_{i,i}} \left[b_i - \sum_{j=0}^n [A_{i,j} \cdot x_{j,k} \cdot (i \neq j)] \right] \end{array}$$

x

$$x(8) = \begin{pmatrix} 1 & 0.251 & -0.571 & -0.496 & -0.46 & -0.481 & -0.483 & -0.48 & -0.481 & -0.481 \\ 1 & -0.46 & 0.018 & -0.059 & -0.069 & -0.058 & -0.064 & -0.061 & -0.061 & -0.061 \\ 1 & 0.595 & -0.247 & 0.18 & 0.095 & 0.067 & 0.09 & 0.082 & 0.083 & 0.083 \\ 1 & -0.588 & 0.014 & -0.071 & -0.12 & -0.089 & -0.1 & -0.1 & -0.099 & -0.1 \\ 1 & -0.615 & 0.373 & 0.161 & 0.12 & 0.167 & 0.153 & 0.156 & 0.157 & 0.156 \\ 1 & 0.033 & 0.701 & 0.826 & 0.76 & 0.785 & 0.789 & 0.786 & 0.788 & 0.788 \\ 1 & -0.496 & -0.079 & -0.252 & -0.254 & -0.255 & -0.255 & -0.256 & -0.257 & -0.257 \end{pmatrix}$$

$$x(15)^{\langle 16 \rangle} = \begin{pmatrix} -0.48049 \\ -0.06104 \\ 0.0828 \\ -0.09988 \\ 0.15662 \\ 0.78788 \\ -0.25755 \end{pmatrix} \quad x(19)^{\langle 20 \rangle} = \begin{pmatrix} -0.48049 \\ -0.06103 \\ 0.0828 \\ -0.09988 \\ 0.15663 \\ 0.78788 \\ -0.25756 \end{pmatrix} \quad x_a = \begin{pmatrix} -0.48049 \\ -0.06103 \\ 0.0828 \\ -0.09988 \\ 0.15663 \\ 0.78788 \\ -0.25756 \end{pmatrix}$$

Metoda iteracyjna Jacobi'ego rozwiązywania układu równań algebraicznych liniowych o postaci $A x = b$

$$A := \begin{pmatrix} -9.34 & 3.6 & 2.1 & -1.33 & 0.8 & 0.22 & 1.45 \\ 1.3 & 11.3 & -0.6 & 4.3 & -2.1 & 1.43 & -0.1 \\ 0.3 & 1.23 & 12.1 & -5.2 & -2.78 & 0.55 & 0 \\ 4.23 & -3.3 & 4.5 & 27.2 & 9.4 & 3.99 & -1.9 \\ -0.74 & 2.1 & 3.7 & 10.2 & 17.8 & -0.32 & -1.55 \\ 1.2 & -0.76 & 2.8 & 3.2 & -0.76 & 12.4 & 2.34 \\ 0 & 12.3 & 0 & -8.3 & 0.67 & 3.34 & 21.8 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 4.5 \\ -0.97 \\ 1.3 \\ 0.93 \\ 2.45 \\ 8.43 \\ -2.8 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie do celów porównawczych za pomocą macierzy odwrotnej

$$x_a := A^{-1} \cdot b \quad x_a = \begin{pmatrix} -0.48049 \\ -0.06103 \\ 0.0828 \\ -0.09988 \\ 0.15663 \\ 0.78788 \\ -0.25756 \end{pmatrix}$$

$$n := \text{last}(b)$$

$$m := 16$$

$$k := 0..m \quad i := 0..n$$

$$x_{0,i} := 1$$

$$x_{k+1,i} := \frac{1}{A_{i,i}} \left[b_i - \sum_{j=0}^n [A_{i,j} \cdot x_{k,j} \cdot (i \neq j)] \right]$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix}
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 0.25054 & -0.46018 & 0.59504 & -0.58787 & -0.61461 & 0.03306 & -0.49587 \\
 -0.57052 & 0.01784 & -0.24734 & 0.01387 & 0.37294 & 0.70064 & -0.0788 \\
 -0.49629 & -0.05867 & 0.17957 & -0.07117 & 0.16102 & 0.82614 & -0.25204 \\
 -0.45978 & -0.06898 & 0.09457 & -0.11989 & 0.12029 & 0.75952 & -0.25396 \\
 -0.48129 & -0.05831 & 0.06744 & -0.08905 & 0.16725 & 0.78499 & -0.25523 \\
 -0.48324 & -0.06352 & 0.08978 & -0.09997 & 0.15341 & 0.78901 & -0.25485 \\
 -0.4797 & -0.06103 & 0.08229 & -0.09978 & 0.15566 & 0.78573 & -0.25626 \\
 -0.48055 & -0.06109 & 0.08271 & -0.09918 & 0.15678 & 0.78759 & -0.25716 \\
 -0.48057 & -0.06123 & 0.08316 & -0.09985 & 0.15628 & 0.78766 & -0.25722 \\
 -0.48048 & -0.06105 & 0.08277 & -0.09978 & 0.15658 & 0.7877 & -0.25739 \\
 -0.48051 & -0.06106 & 0.08285 & -0.09983 & 0.15659 & 0.78782 & -0.25748 \\
 -0.4805 & -0.06105 & 0.08282 & -0.09986 & 0.15659 & 0.78784 & -0.25751 \\
 -0.4805 & -0.06104 & 0.08281 & -0.09987 & 0.15662 & 0.78786 & -0.25753 \\
 -0.4805 & -0.06104 & 0.08281 & -0.09988 & 0.15662 & 0.78787 & -0.25755 \\
 -0.48049 & -0.06104 & 0.08281 & -0.09988 & 0.15662 & 0.78787 & -0.25755 \\
 -0.48049 & -0.06104 & 0.0828 & -0.09988 & 0.15662 & 0.78788 & -0.25755 \\
 -0.48049 & -0.06103 & 0.0828 & -0.09988 & 0.15663 & 0.78788 & -0.25756
 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}_a^T = (-0.48049 \quad -0.06103 \quad 0.0828 \quad -0.09988 \quad 0.15663 \quad 0.78788 \quad -0.25756)$$