

Radiator walcowy

Wyznaczyć wymiary (średnicę D oraz wysokość H) radiatora aluminiowego, tak aby strumień ciepła oddawanego przez niego do otoczenia, na początku chłodzenia, był maksymalny. Chłodzenie rozpoczyna się bezpośrednio po pochłonięciu przez radiator Q_c ciepła, co powoduje wzrost jego temperatury od T_0 do T .

c - ciepło właściwe aluminium, J/(kg K)

α - współczynnik wnikania ciepła, W/(m² K)

ε - emisyjność (E/E_0 - stosunek natężeń promieniowania dla danego ciała i ciała doskonale czarnego)

ρ - gęstość aluminium, kg/m³

σ - stała Stefana-Boltzmann, W/(m² K⁴)

D - średnica walca, m

H - wysokość walca, m

A - powierzchnia wymiany ciepła, m²

T - temperatura walca, K

T_0 - temperatura otoczenia, K

Q_c - ciepło "zgromadzone" w walcu, J

Q - strumień ciepła przekazywanego do otoczenia na początku chłodzenia, W

DANE:

$$c := 879 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\rho := 2696 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\alpha := 11 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\varepsilon := 0.05$$

$$\sigma := 5.6693 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

$$T_0 := 293 \cdot \text{K}$$

$$Q_c := 3000 \cdot \text{J}$$

WIELKOŚCI PRZYJĘTE WSTĘPNIE:

$$D := 10 \cdot \text{mm}$$

$$H := 50 \cdot \text{mm}$$

$$T := 333 \cdot \text{K}$$

OBLICZENIA:

$$A(D, H) := \pi \cdot D \cdot H + \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A(D, H) = 1649.34 \cdot \text{mm}^2$$

$$Q(D, H, T) := \alpha \cdot A(D, H) \cdot (T - T_0) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot A(D, H) \cdot (T^4 - T_0^4)$$

$$Q(D, H, T) = 0.749 \text{ W}$$

Given

$$D > 0 \cdot \text{m} \quad H > D \quad \frac{H}{D} < 10 \quad 350 \cdot \text{K} > T > T_0$$

$$Q_c = c \cdot \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H \cdot (T - T_0)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ H \\ T \end{pmatrix} := \text{Maximize}(Q, D, H, T)$$

$$D = 14.141 \text{ mm} \quad H = 141.411 \text{ mm} \quad T = 350 \text{ K}$$

$$\frac{H}{D} = 10 \quad V_{\text{www}} := \frac{\pi D^2}{4} \cdot H = 22209.44 \cdot \text{mm}^3$$

Strumień ciepła oddawanego przez radiator bezpośrednio po ogrzaniu

$$Q(D, H, T) = 4.177 \text{ W}$$

Sprawdzenie ilości ciepła pochłoniętego przez radiator

$$Q_c := c \cdot \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H \cdot (T - T_0) = 3000 \text{ J}$$

Jakie wyniki uzyskalibyśmy, gdyby nie było ograniczeń stosunku H/D i temperatury T?

Given

$$D > 0 \quad H > 0 \quad T > T_0$$

$$Q_c = c \cdot \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H \cdot (T - T_0)$$

$$\begin{pmatrix} D \\ H \\ T \end{pmatrix} := \text{Maximize}(Q, D, H, T)$$

$$D = 3.589 \times 10^{-3} \text{ mm} \quad H = 135.51 \text{ mm} \quad T = 9.234 \times 10^8 \text{ K}$$

$$Q(D, H, T) = 3.149 \times 10^{21} \text{ W}$$

$$Q_c := c \cdot \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot H \cdot (T - T_0) = 3000 \text{ J}$$