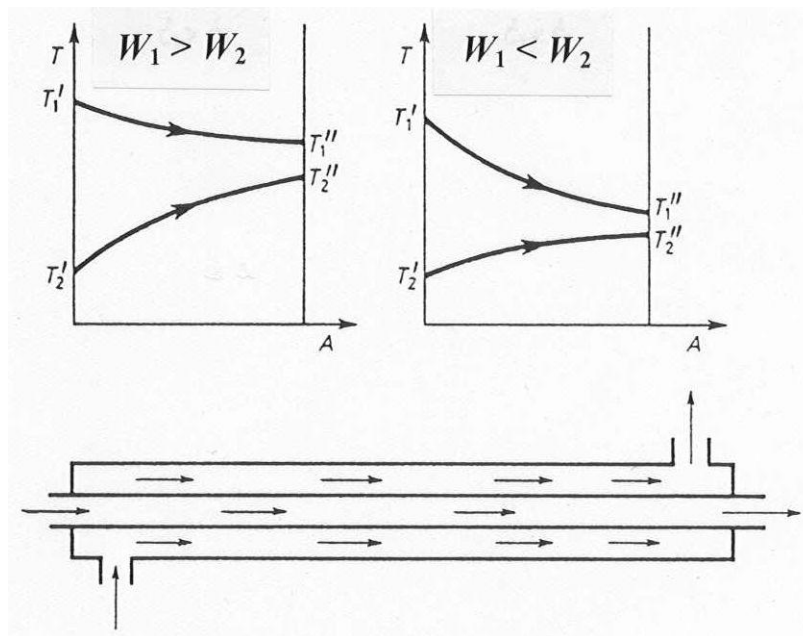


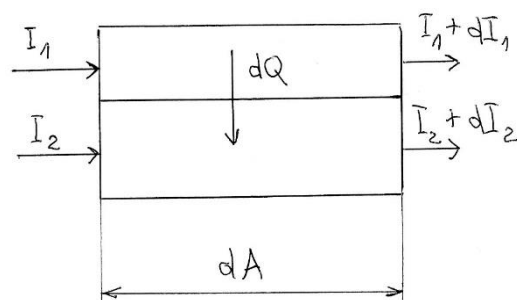
## Średnia różnica temperatur

### 1. Średnia różnica temperatur w wymienniku współprądowym



**Rys. 1-1.** Zmiana temperatury wzdłuż kanałów wymiennika współprądowego.

Zastosujemy równanie pierwszej zasady termodynamiki dla stanu stacjonarnego do elementarnej długości wymiennika o powierzchni wymiany ciepła  $dA$ . Założymy, że ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu nie zależy od temperatury oraz że  $T_1 > T_2$ .



**Rys. 1-2.** Elementarny odcinek wymiennika.

Dla kanału pierwszego

$$I_1 = dQ + I_1 + dI_1 \quad (1.1)$$

gdzie  $I_1$  jest strumieniem entalpii na wlocie do kanału 1,  $dQ$  jest strumieniem ciepła przekazywanego przez ściankę o

powierzchni  $dA$  do kanału drugiego,  $dI_1$  jest przyrostem entalpii czynnika w rozpatrywanym odcinku. Po przekształceniu równania (1.1) dostajemy

$$dI_1 = -dQ \quad (1.2)$$

gdzie

$$I_1 = m_1 c_{p1} T_1 = W_1 T_1 \quad (1.3)$$

$$dQ = k(T_1 - T_2) dA \quad (1.4)$$

$W_1 = m_1 c_{p1}$  [W/K] jest pojemnością cieplną czynnika płynącego w kanale pierwszym.

Po podstawieniu równań (1.3) i (1.4) do równania (1.2) dostajemy

$$W_1 dT_1 = -k(T_1 - T_2) dA \quad (1.5)$$

i dalej

$$\frac{dT_1}{T_1 - T_2} = -\frac{k}{W_1} dA \quad (1.6)$$

Bilans energii dla kanału drugiego ma postać

$$I_2 + dQ = I_2 + dI_2 \quad (1.7)$$

Po podstawieniach i przekształceniach analogicznych jak dla kanału pierwszego dostajemy

$$\frac{dT_2}{T_1 - T_2} = \frac{k}{W_2} dA \quad (1.8)$$

Od równania (1.6) odejmujemy równanie (1.8)

$$\frac{dT_1}{T_1 - T_2} - \frac{dT_2}{T_1 - T_2} = -\frac{k}{W_1} dA - \frac{k}{W_2} dA$$

Po przekształceniach otrzymujemy

$$\frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = -\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) k dA \quad (1.9)$$

Warunki brzegowe dla równania (1.9)

$$\text{dla } A=0 \quad \text{jest} \quad T_1 - T_2 = T_1' - T_2' \quad (1.10a)$$

$$\text{dla } A = A_c \quad \text{jest} \quad T_1 - T_2 = T_1'' - T_2'' \quad (1.10b)$$

Całką z równania (1.9) z wykorzystaniem warunków brzegowych (1.10a) – (1.10b)

$$\int_{T_1' - T_2'}^{T_1'' - T_2''} \frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = - \int_0^{A_c} \left( \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right) k dA \quad (1.11)$$

$$\ln \left( \frac{T_1'' - T_2''}{T_1' - T_2'} \right) = - \left( \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right) k A_c \quad (1.12)$$

Ciepło oddane przez czynnik nr 1

$$Q = W_1 (T_1' - T_1'') \quad (1.13)$$

Ciepło pobrane przez czynnik nr 2

$$Q = W_2 (T_2'' - T_2') \quad (1.14)$$

Z równań (1.13) i (1.14) wyznaczamy odpowiednio  $1/W_1$  oraz  $1/W_2$ .

$$\frac{1}{W_1} = \frac{T_1' - T_1''}{Q} \quad (1.15)$$

$$\frac{1}{W_2} = \frac{T_2'' - T_2'}{Q}$$

$$(1.16)$$

Po podstawieniu równań (1.15) oraz (1.16) do równania (1.12) i po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy

$$Q = A_c k \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln \left( \frac{\Delta T'}{\Delta T''} \right)} \quad (1.17)$$

gdzie

$$\Delta T' = T_1' - T_2' \quad (1.18a)$$

$$\Delta T'' = T_1'' - T_2'' \quad (1.18b)$$

Strumień ciepła przekazywanego w wymienniku można obliczyć ze wzoru

$$Q = \int_0^A k(T_1 - T_2) dA \quad (1.19)$$

a także ze wzoru

$$Q = A_c k \Delta T_{ln} \quad (1.20)$$

Przyrównując prawe strony równań (1.19) i (1.20) dostajemy

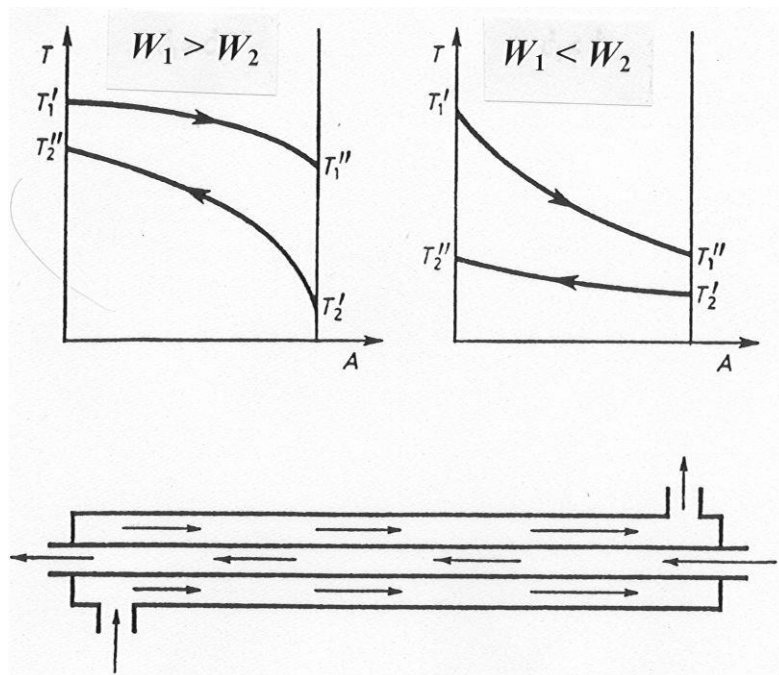
$$\Delta T_{ln} = \frac{\int (T_1 - T_2) dA}{A_c} \quad (1.21)$$

Natomiast przyrównanie prawych stron równań (1.17) i (1.20) daje

$$\Delta T_{ln} = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln\left(\frac{\Delta T'}{\Delta T''}\right)} \quad (1.22)$$

$\Delta T_{ln}$  jest średnią różnicą temperatur w wymienniku nazywaną średnią logarymiczną.

## 2. Średnia różnica temperatur w wymienniku przeciwprądowym



**Rys. 2-1.** Zmiana temperatury wzdłuż kanałów wymiennika przeciwnieprądowego.

Powtarzając analizę przedstawioną w p. 2 uzyskamy dla wymiennika przeciwnieprądowego wyrażenie na średnią logarytmiczną różnicę temperatur w postaci (1.22). Jednak w tym przypadku wyrażenia na  $\Delta T'$  oraz  $\Delta T''$  mają postać

$$\Delta T' = T_1' - T_2'' \quad (2.1)$$

$$\Delta T'' = T_1'' - T_2' \quad (2.2)$$

### 3. Średnia różnica temperatur dla wymienników o przepływie krzyżowo prądowym i mieszanym.

Dla określonych temperatur wlotowych i wylotowych czynników średnia różnica temperatur jest największa przy przepływie przeciwnieprądowym, a najmniejsza dla przepływu współprądowego. Średnia różnica temperatur dla wymienników o przepływie krzyżowo prądowym i mieszanym ( $\Delta T_{sr}$ ) leży w przedziale pomiędzy średnią dla współprądu ( $\Delta T_{mwp}$ ) a średnią dla przeciwnieprądu ( $\Delta T_{mnp}$ )

$$\Delta T_{\ln pp} > \Delta T_{sr} > \Delta T_{\ln wp} \quad (3.1)$$

Wykazano, że wyrażenia  $\Delta T_{sr}/\Delta T_{\ln pp}$  dla wymienników różnych typów można przedstawić jako funkcje dwóch parametrów:  $P$  oraz  $R$ , które definiowane są następująco

$$P = \frac{T_2'' - T_2'}{T_1' - T_2'} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{\max}} \quad (3.2a)$$

$$R = \frac{T_1' - T_1''}{T_2'' - T_2'} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \quad (3.2b)$$

gdzie indeks 1 oznacza czynnik gorący, indeks 2 oznacza czynnik zimny.

Można więc napisać

$$\frac{\Delta T_{sr}}{\Delta T_{\ln pp}} = f(P, R) \quad (3.3)$$

Z równania (3.3) można wyznaczyć  $\Delta T_{sr}$

$$\Delta T_{sr} = f(P, R) \Delta T_{\ln pp} \quad (3.4)$$

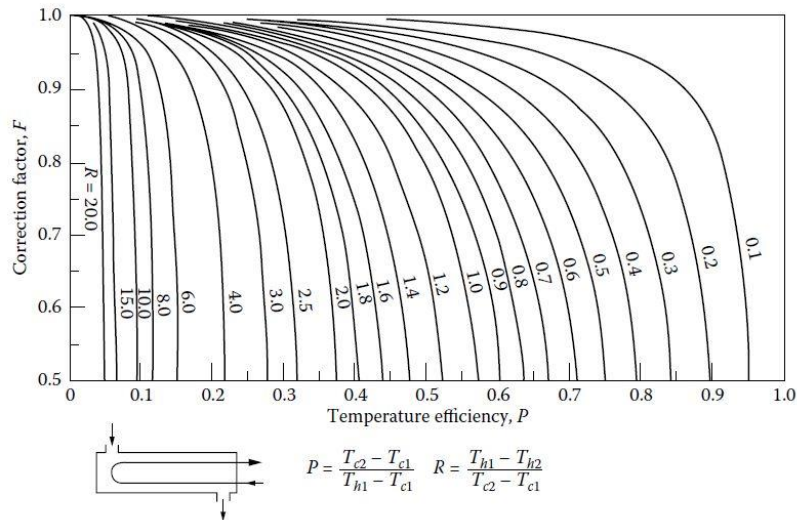
Funkcję  $f(P, R)$  nazwano poprawką  $\varepsilon_{\Delta T}$ . Średnią różnicę temperatur dla wymienników o przepływie krzyżowym i mieszanym można więc wyznaczyć wykorzystując poprawkę  $\varepsilon_{\Delta T}$

$$\Delta T_{sr} = \Delta T_{\ln pp} \varepsilon_{\Delta T} \quad (3.5)$$

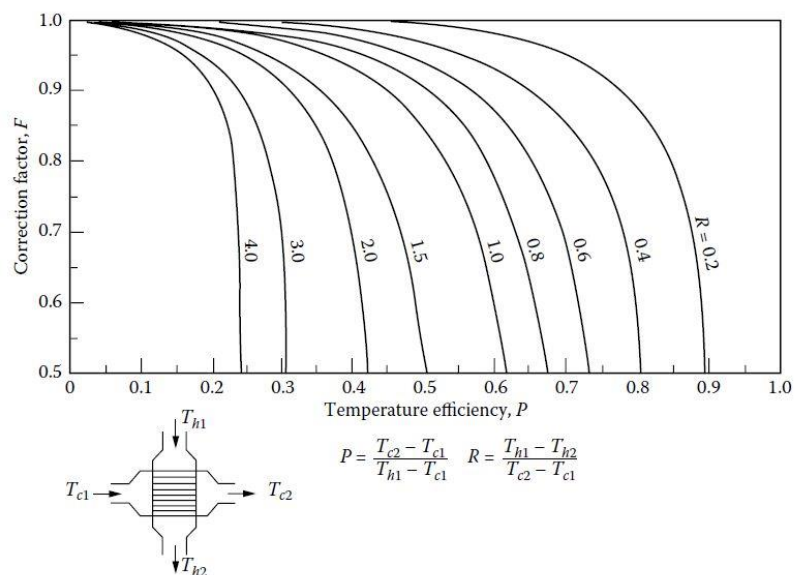
gdzie  $1 > \varepsilon_{\Delta T} > 0$ .

W celu ułatwienia obliczeń, skomplikowane zależności  $\varepsilon_{\Delta T} = f(P, R)$  przedstawia się w formie wykresów. Korzystając z wykresów poprawek  $\varepsilon_{\Delta T}$  należy zwrócić uwagę na to, dla jakiego przypadku są te poprawki, tzn. którym kanałem (np. w rurkach, czy na zewnątrz rur) płynie czynnik gorący (1), a którym czynnik zimny (2). W wielu przypadkach jest to bez znaczenia.

Dla wymienników, w których jedna z temperatur jest stała (zmiana stanu skupienia czynnika), poprawka  $\varepsilon_{\Delta T}$  jest równa jedności.



**Rys. 5.1.** Poprawka  $\varepsilon_{\Delta T}$  dla wymiennika płaszczowo rurowego, dwudrogowego.



**Rys. 5-2.** Poprawki  $\varepsilon_{\Delta T}$  dla wymiennika krzyżowo prądowego z jednym czynnikiem wymieszanym (czynnik gorący) i drugim niewymieszanym (czynnik zimny).

Na rysunkach 5.1 i 5.2 indeks  $c$  oznacza czynnik zimny, indeks  $h$  czynnik gorący, indeks 1 wlot do wymiennika, indeks 2 wylot z wymiennika, zmienna  $F$  jest poprawką  $\varepsilon_{\Delta T}$ .

Wykorzystując pojęcie średniej różnicy temperatur można łatwo obliczyć powierzchnię wymiany ciepła z równania wymiany ciepła

$$Q = Ak\Delta T_{sr} \quad (3.6)$$

Natomiast skomplikowanym zadaniem jest wyznaczenie końcowych temperatur czynników dla wymiennika o danej powierzchni wymiany ciepła. Bardziej dogodna do tego celu jest metoda sprawnościowa.