MathCad 15

Krytyczna grubość izolacji rurociągu

Jednostkowa strata ciepła przez rurociąg

$$q_l = \frac{\pi\cdot(T_{f1} - T_{f2})}{R_{kl}} \frac{W}{m}$$

Liniowy opór przenikania ciepła przez rurociąg, na który nałożono warstwę izolacji o grubości δ.

$$R_{kl}(\delta) := \frac{1}{\alpha_1\cdot d_1} + \frac{1}{2\cdot\lambda_1}\cdot\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{2\cdot\lambda_2}\cdot\ln\left(\frac{d_2 + 2\cdot\delta}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2\cdot(d_2 + 2\cdot\delta)} \qquad (1)$$

Z równania (1) wynika, że zwiększanie grubości izolacji δ zwiększa opór przewodzenia ciepła (trzeci składnik równania (1)), ale jednocześnie zmniejsza opór wnikania ciepła (czwarty składnik równania (1)). Funkcja (1) jest wypukła do dołu i posiada minimum. W celu znalezienia tego minimum obliczymy pierwszą pochodną równania (1) i przyrównamy ją do zera.

$$P1(\delta) := \frac{d}{d\delta}R_{kl}(\delta) \rightarrow \frac{1}{\lambda_2\cdot(2\cdot\delta + d_2)} - \frac{2}{\alpha_2\cdot(2\cdot\delta + d_2)^2}$$

Given

$$P1(\delta) = 0$$

$$\delta_{kr} := \mathrm{Find}(\delta) \rightarrow \frac{2\cdot\lambda_2 - d_2\cdot\alpha_2}{2\cdot\alpha_2}$$

δ_{kr} jest nazywana krytyczną grubością izolacji. Przy tej grubości izolacji liniowy opór cieplny przenikania jest najmniejszy.

Dodatnia wartość drugiej pochodnej w punkcie $\delta = \delta_{kr}$ potwierdza, że ekstremum funkcji jest minimum

$$P2(\delta) := \frac{d^2}{d\delta^2} R_{kl}(\delta) \rightarrow \frac{8}{\alpha_2 \cdot (2\cdot\delta + d_2)^3} - \frac{2}{\lambda_2 \cdot (2\cdot\delta + d_2)^2}$$

$$P2(\delta_{kr}) \text{ simplify } \rightarrow \frac{\alpha_2^{\,2}}{2\cdot\lambda_2^{\,3}}$$

Wykonamy przykładowe obliczenia dla następujących danych

$$\alpha_1 := 1500 \frac{W}{m^2 \cdot K} \qquad \alpha_2 := 12 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$\lambda_1 := 120 \frac{W}{m \cdot K} \qquad \lambda_2 := 0.2 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$d_1 := 0.02 \cdot m \qquad d_2 := 0.024 \cdot m$$

$$\delta_{kr} := \frac{2\cdot\lambda_2 - d_2\cdot\alpha_2}{2\cdot\alpha_2} = 4.667 \cdot mm$$

Obliczymy teraz krytyczną grubość izolacji wykorzystując funkcję Minimize

$$R_{kl}(\delta) := \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2\cdot\lambda_1} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{2\cdot\lambda_2} \cdot \ln\left(\frac{d_2 + 2\cdot\delta}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot (d_2 + 2\cdot\delta)}$$

Wartość domyślna

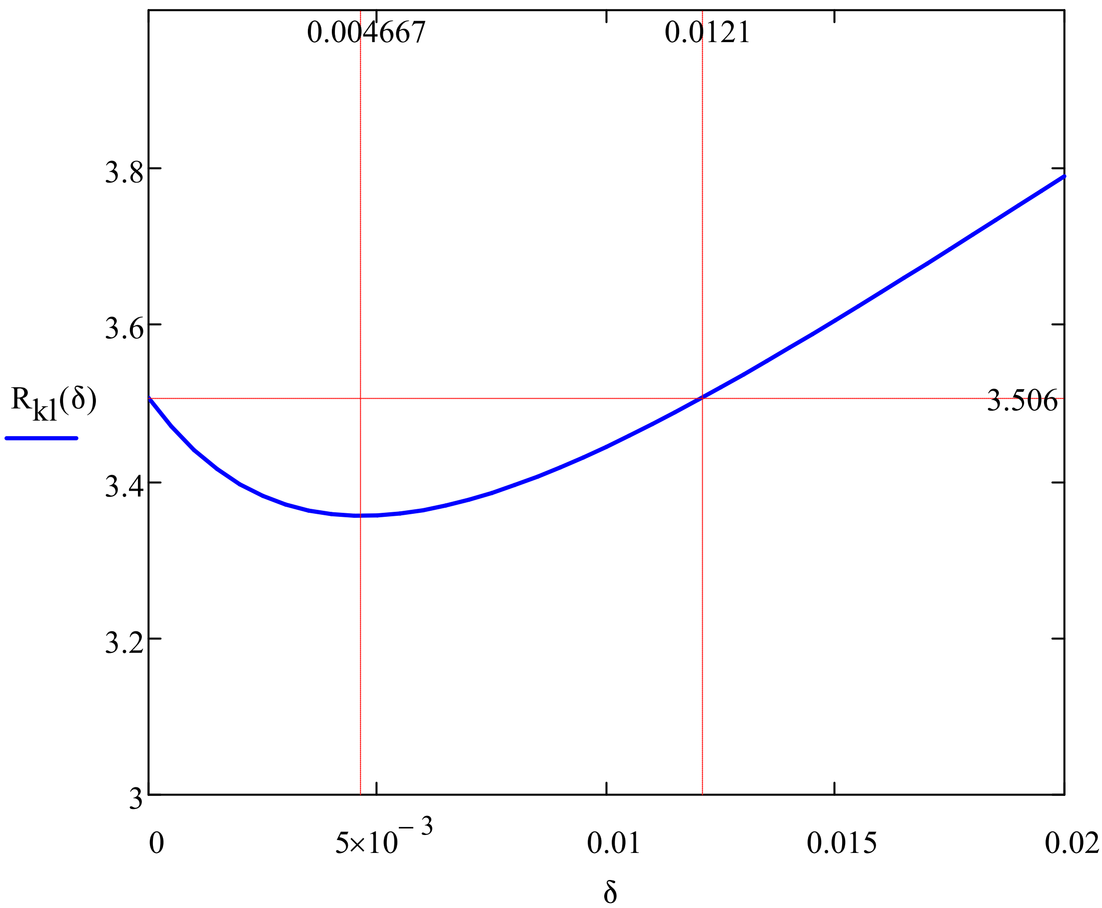
$\delta := 4 \cdot mm$

Given

$$\delta_m := \text{Minimize}(R_{kl}, \delta) = 4.667 \times 10^{-3} m$$

$\delta_{kr} = 4.667 \cdot mm$

$\delta := 0, 0.5 \cdot mm .. 20 \cdot mm$



Zależność liniowego oporu cieplnego przenikania dla rurociągu od grubości izolacji.

Izolacja zacznie działać, gdy jej grubość będzie większa od grubości, przy której opór cieplny zaizolowanego rurociągu będzie równy oporowi rurociągu niezaizolowanego.

Opór cieplny rurociągu niezaizolowanego

$$R_{kl0} := \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_1} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_2} = 3.506 \cdot \frac{m \cdot K}{W}$$

Opór cieplny rurociągu zaizolowanego

$$R_{kl}(\delta) := \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_1} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_1} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_2} \cdot \ln\left(\frac{d_2 + 2 \cdot \delta}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 \cdot \left(d_2 + 2 \cdot \delta\right)}$$

$\delta := 50 \cdot mm$ wartość domyślna dla bloku Given-Find

Grubość efektywnego działania izolacji.

Given

$$R_{kl}(\delta) = R_{kl0}$$

$$\delta_e := \mathrm{Find}(\delta) = 12.102 \cdot mm$$

Wniosek. W naszym przykładzie grubość izolacji powinna być większa od 12,102 mm. Dopiero od tej grubości izolacja będzie powodowała zwiększenie oporu cieplnego.