

Rura stalowa o długości 3 m, średnicy wewnętrznej 48 mm oraz grubości ścianki 2 mm zaizolowana jest warstwą wełny mineralnej o grubości 16 mm. Temperatura wewnętrznej ścianki rury jest stała i wynosi 58°C. Ciepło transportowane jest w kierunku promieniowym do powietrza atmosferycznego o temperaturze 24°C. Współczynniki przewodności cieplnej dla materiału rury i materiału izolacji wynoszą odpowiednio 45 W/(m·K) oraz 0,06 W/(m·K). Współczynnik wnikania ciepła dla powietrza jest równy 24 W/(m<sup>2</sup>·K). Obliczyć:

- a) ilość ciepła przekazywanego do powietrza w ciągu jednej godziny,
- b) temperaturę na zewnętrznej powierzchni izolacji,
- c) o ile należałoby zwiększyć grubość izolacji, aby strumień ciepła odbieranego przez powietrze zmniejszyć o 10%.

$$L := 3 \cdot m \quad d := 0.048 \cdot m \quad g := 0.002 \cdot m \quad g_i := 0.014 \cdot m$$

$$T_w := 58 \text{ } ^\circ\text{C} \quad T_f := 24 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \lambda := 45 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \quad \lambda_i := 0.06 \cdot \frac{W}{m \cdot K} \quad \alpha := 24 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$D := d + 2 \cdot g = 0.0520 \text{ } m \quad D_i := D + 2 \cdot g_i = 0.080 \text{ } m$$

Liniowy współczynnik przenikania ciepła

$$k_l := \left( \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \left( \frac{D}{d} \right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_i} \cdot \ln \left( \frac{D_i}{D} \right) + \frac{1}{D_i \cdot \alpha} \right)^{-1} \xrightarrow{ALL \text{ explicit}} \left( \frac{1}{2 \cdot 45 \cdot \frac{W}{m \cdot K}} \cdot \ln \left( \frac{0.052 \cdot m}{0.048 \cdot m} \right) + \frac{1}{2 \cdot 0.06 \cdot \frac{W}{m \cdot K}} \cdot \ln \left( \frac{0.08 \cdot m}{0.052 \cdot m} \right) + \frac{1}{0.08 \cdot m \cdot 24 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}} \right)^{-1} = 0.24322 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$$

$$k_l := 0.24322 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$$

Strumień ciepła przekazywany do powietrza

$$Q := \pi \cdot L \cdot k_l \cdot (T_w - T_f) \xrightarrow[\text{ALL}]{\text{explicit}} \pi \cdot 3 \cdot m \cdot 0.24322 \frac{W}{m \cdot K} \cdot (58 \text{ }^\circ\text{C} - 24 \text{ }^\circ\text{C}) = 77.938 \text{ W}$$

Ilość ciepła przekazywana do powietrza w ciągu 1. godziny

$$Q_c := Q \cdot 3600 \cdot s = (280.577 \cdot 10^3) \text{ J}$$

Temperatura na zewnętrznej powierzchni izolacji

$$A := \pi \cdot D_i \cdot L = 0.754 \text{ m}^2$$

$$T_i := \frac{Q}{A \cdot \alpha} + T_f = 28.307 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_i := 28.307 \text{ }^\circ\text{C}$$

Sprawdzenie - strumień ciepła przewodzony przez zaizolowaną rurę

$$Q_p := \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_w - T_i)}{\frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) + \frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln\left(\frac{D_i}{D}\right)} \xrightarrow[\text{ALL}]{\text{explicit}} \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot m \cdot (58 \text{ }^\circ\text{C} - 28.307 \text{ }^\circ\text{C})}{\frac{1}{45 \cdot \frac{W}{m \cdot K}} \cdot \ln\left(\frac{0.052 \cdot m}{0.048 \cdot m}\right) + \frac{1}{0.06 \cdot \frac{W}{m \cdot K}} \cdot \ln\left(\frac{0.08 \cdot m}{0.052 \cdot m}\right)} = 77.936 \text{ W}$$

Dodatkowe obliczenie - temperatura zewnętrznej powierzchni rury

$$T_z := T_w - \frac{Q \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} = 57.993 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Strumień ciepła zmniejszony o 10%

$$Q_n := 0.9 \cdot Q = 70.144 \text{ W}$$

Liniowy współczynnik wnikania ciepła powinien mieć wartość

$$k'_l := \frac{Q_n}{\pi \cdot L \cdot (T_w - T_f)} = 0.2189 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\frac{k_l - k'_l}{k_l} \cdot 100 = 10.0$$

Przyrost grubości izolacji - metoda prób i błędów

$$\Delta g_i \equiv 2.403 \cdot \text{mm}$$

$$k'_l := \left( \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_i} \cdot \ln\left(\frac{D_i + 2 \cdot \Delta g_i}{D}\right) + \frac{1}{(D_i + 2 \cdot \Delta g_i) \cdot \alpha} \right)^{-1} = 0.2189 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

## Rozwiązanie równania algebraicznego

Guess Values

$$\Delta g_i := 3 \cdot mm$$

Constraints

$$\left( \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \left( \frac{D}{d} \right) + \frac{1}{2 \cdot \lambda_i} \cdot \ln \left( \frac{D_i + 2 \cdot \Delta g_i}{D} \right) + \frac{1}{(D_i + 2 \cdot \Delta g_i) \cdot \alpha} \right)^{-1} = 0.2189 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$$

Solver

$$\Delta g_i := \text{find}(\Delta g_i) = 2.40337 \text{ mm}$$

$$D_i := D_i + 2 \cdot \Delta g_i = 0.085 \text{ m}$$