

Wskazówki do zadań cz. 3

ROK AKADEMICKI 2018/2019

Zad. nr 2

Z tematu zadania wynika, że

$$m_L [\text{kg}] = m_Z [\text{kg}] \quad (2.1)$$

Stąd

$$\frac{p_L V_L}{T_L} = \frac{p_Z V_Z}{T_Z} \quad (2.2)$$

Koszt

$$K = VCe \quad (2.3)$$

gdzie Ce jest ceną 1 m³ gazu.

$$\Delta K\% = \frac{V_L - V_Z}{V_Z} \times 100\% = \left(\frac{V_L}{V_Z} - 1 \right) \times 100\% \quad (2.4)$$

Z (2.2)

$$\frac{V_L}{V_Z} = \frac{p_Z T_L}{p_L T_Z} \quad (2.5)$$

Po wykonaniu obliczeń otrzymujemy

$$\Delta K\% = 11,35\%$$

ROK AKADEMICKI 2017/2018

Zad. nr 8

Przemiana nie była izochorą. Wykładnik politropy można było obliczyć z równania

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{z-1}{z}}$$

Zad. nr 6

Końcową temperaturę przemiany można było obliczyć z zależności

$$\Delta S_{1-2} = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Zad. nr 5

W rozważanym przypadku energia układu jest równa energii wewnętrznej gazu. Natomiast energia gazu wypływającego ze zbiornika jest równa jego entalpii.

Zad. nr 4

Temperatura na końcu procesu jest równa temperaturze początkowej. Przyrost entropii podczas procesu można było obliczyć z zależności

$$\Delta S_{1-2} = mR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Zad. nr 2

Przemiany zachodzącej w zbiornikach nie można potraktować jako równowagowej przemiany izotermicznej układu zamkniętego.

ROK AKADEMICKI 2016/2017**Zad. Nr 20**

Powietrze jako roztwór gazów dwuatomowych jest traktowane jako gaz dwuatomowy o zastępczej masie molowej równej 29 kg/kmol.

Średnią ilość podgrzewanego powietrza można obliczyć z termicznego równania stanu dla jego średniej temperatury wynoszącej 17°C.

Przemiana ogrzewania powietrza jest izobarą.

Zad. nr 18

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{mR} \quad (18.1)$$

$$L_{1-2} = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) \quad (18.2)$$

$$\Delta U_{1-2} = mc_v (T_2 - T_1) \quad (18.3)$$

$$c_v = \frac{1}{2} f R \quad (18.4)$$

Po podstawieniu (18.1) oraz (18.4) do (18.3) dostajemy

$$\Delta U_{1-2} = 0,5f(p_2 V_2 - p_1 V_1) \quad (18.5)$$

i dalej

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + L_{1-2} = 31 \cdot 10^3 J$$

$$\eta_t = 1 - \frac{|Q_{2-3}|}{Q_{1-2} + Q_{3-1}} = 0,216$$

Zad. nr 17

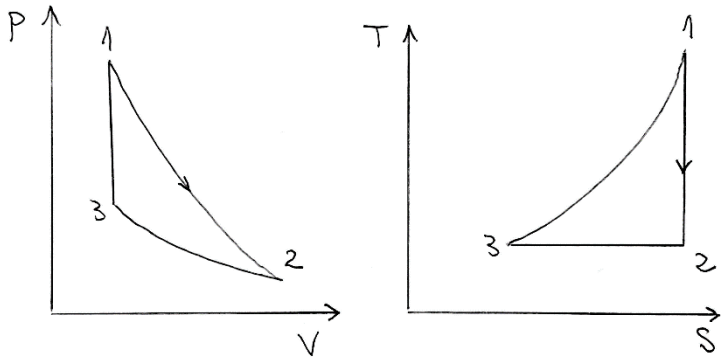
p_3 obliczamy z równania

$$L_{2-3} = mRT_2 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)$$

gdzie $L_{2-3} = -25 \cdot 10^3 J$.

Następnie obliczamy V_2 z termicznego równania stanu i T_1 z równania izentropy

$$T_1 = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} T_2 = 492,3 [K]$$



Zad. nr 11

Energię wewnętrzną metalu przy temperaturze t_m oblicza się ze wzoru

$$U_m = m_m \int_0^{t_m} c_m(t) dt \quad (11.1)$$

gdzie

$$c_m(t) = 451 + 0,0113(t + 273,15) \quad (11.2)$$

a także ze wzoru

$$U_m = m_m c_m \Big|_0^{t_m} t_m \quad (11.3)$$

Ponieważ funkcja $c_m(t)$ jest liniowa, to $c_m \Big|_0^{t_m}$ można obliczyć jako

$$c_m \Big|_0^{t_m} = c_m \left(\frac{t_m}{2} \right) \quad \text{lub} \quad c_m \Big|_0^{t_m} = \frac{c_m(0) + c_m(t_m)}{2}$$

Zad. nr 10

Ciepło przemiany politropowej

$$Q_{1-2} = mc(T_2 - T_1) \quad (10.1)$$

Gdzie ciepło właściwe politropy

$$c = c_v \frac{z - \kappa}{z - 1} \quad (10.2)$$

Praca bezwzględna przemiany politropowej

$$L_{1-2} = \frac{mR}{z-1} (T_1 - T_2) \quad (10.3)$$

Z (10.1) i (10.2) oraz (10.3) otrzymujemy

$$\frac{Q_{1-2}}{L_{1-2}} = 2,5(\kappa - z) = 0,4 \quad (10.4)$$

Z (10.4) dostajemy $z = 1,24$ i dalej

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^z$$

itd.

Zad. nr 9

Z równania bilansu energii należało obliczyć wyrównaną temperaturę metali.

$$T_k = 310,65 \text{ K}$$

Przyrost entropii układu

$$\Delta S_u = m_c c_c \ln \left(\frac{T_k}{T_c} \right) + m_m c_m \ln \left(\frac{T_k}{T_m} \right) \quad \left[\frac{kJ}{K} \right]$$

Przyrost entropii otoczenia

$$\Delta S_{ot} = \frac{Q_{ot}}{T_{ot}}$$

Suma przyrostów entropii układu i otoczenia

$$\Pi = \Delta S_u + \Delta S_{ot} = 0,0331 \frac{kJ}{K} \quad \text{- proces nieodwracalny}$$

Zad. nr 6

Temperatura helu przestała się zmieniać, gdy układ osiągnął stan ustalony. Wówczas

$$\dot{E}_d = \dot{E}_w \text{ czyli } \dot{Q}_g = \dot{Q}_{ot} \text{ i po podstawieniu wartości } 5000 = 220 \cdot (t_k - 20).$$

Ciepło pochłonięte przez hel $Q_{He} = m \cdot c_v \cdot (t_k - t_{ot})$.

Zad. nr 5

Z równania $p_1 V_1^K = p_2 V_2^K$ obliczyć K .

Wyznaczyć funkcję $p(V) = \frac{p_1 V_1^K}{V^K}$.

Obliczyć pracę $L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$.

Zad. nr 4

Dla danych dwóch punktów należało wyznaczyć współczynniki p oraz q funkcji liniowej

$C_{up}(t) = p + qt$. Następnie z równania kwadratowego $2307,6 = V_u \int_{23}^{t_2} C_{up}(t) dt$ obliczyć t_2 .

ROK AKADEMICKI 2015/2016

Zad. nr 2

Różniczka funkcji F jest różniczką zupełną. Wartość całki nie zależy od drogi całkowania. Drogę całkowania można było przyjąć np. taką: odcinek AB plus odcinek BC, gdzie punkty A, B, C mają współrzędne A(2,1), B(4,1), C(4,2).

Zad. nr 1

W celu rozwiązania zadania należało założyć temperaturę początkową kubka i z tablic fizycznych odczytać ciepło właściwe porcelany.

Za układ termodynamiczny można było przyjąć kubek.

Z równania bilansu energii należało obliczyć wyrównaną temperaturę kubka i wody.

ROK AKADEMICKI 2014/2015

Zad. nr 10

Z termicznego równania stanu

$$T_1 = \frac{p_1 \cdot V_1}{n \cdot (MR)} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 0,5}{0,15 \cdot 8314} = 320,7 \text{ [K]}$$

Z prawa ekwipartycji energii

$$(Mc_v) = \frac{5}{2} \cdot (MR) = 2,5 \cdot 8314 = 20785 \left[\frac{J}{\text{kmol} \cdot K} \right]$$

Z wyrażenia na przyrost energii wewnętrznej gazu doskonałego

$$T_2 = T_1 + \frac{\Delta U_{1-2}}{n \cdot (Mc_v)} = 320,7 + \frac{250 \cdot 10^3}{0,15 \cdot 20785} = 400,9 \text{ [K]}$$

Ze wzoru na ilość ciepła pochłoniętego

$$Q_{1-2} = n \cdot (Mc) \cdot (T_2 - T_1) = 0,15 \cdot 26 \cdot 19 \cdot (400,9 - 320,7) = 315,0 \cdot 10^3 \text{ [J]}$$

Z pierwszej zasady termodynamiki

$$L_{1-2} = Q_{1-2} - \Delta U_{1-2} = 315,0 - 250 = 65,0 \text{ [kJ]}$$

Zad. nr 9

$$U = m \cdot c_v \Big|_0^T \cdot T$$

$$c_p(T) = 0,913 + 0,000187 \cdot (T - 273,15) \text{ kJ / (kg} \cdot \text{K)}$$

$$c_v(T) = c_p(T) - R$$

$$c_v \Big|_0^T = \frac{\int_0^T c_v(T) dT}{T}$$

Zad. nr 8

Z treści zadania wynika, że

$$p = a \cdot V \quad (8.1)$$

gdzie a jest stałą. Stąd praca bezwzględna

$$L_{1-2} = \frac{a}{2} (V_2^2 - V_1^2) \quad (8.2)$$

Z termicznego równania stanu

$$mR(T_2 - T_1) = p_2 V_2 - p_1 V_1 \quad (8.3)$$

Po uwzględnieniu (8.1) jest

$$mR(T_2 - T_1) = a(V_2^2 - V_1^2) \quad (8.4)$$

Podstawiamy (8.4) do (8.2)

$$L_{1-2} = \frac{1}{2} mR(T_2 - T_1) \quad (8.5)$$

$$\Delta U_{1-2} = mc_v(T_2 - T_1) \quad (8.6)$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + L_{1-2} \quad (8.7)$$

Zad. nr 7

Przemiana nie była izentropą. W przypadku izentropy wykładnik potęgi przy V byłby równy $\kappa = 1,33$, a ciepło właściwe byłoby równe zero. Ciepło przemiany

$$Q_{1-2} = n(Mc)(T_2 - T_1), \quad \text{gdzie } (Mc) = 8314 \text{ J/(kmol}\cdot\text{K)}$$

Praca przemiany

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV, \quad \text{gdzie } p(V) = \frac{p_1 V_1^{1,5}}{V^{1,5}}$$

Przyrost energii wewnętrznej można obliczyć z równania I zasady termodynamiki

$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} - L_{1-2}$$

Zad. nr 6

Do wyznaczenia były 2 niewiadome. Należało więc sformułować dwa równania bilansu. W pierwszym przypadku układem była woda, a energią doprowadzoną energia wewnętrzna srebra. W drugim przypadku układem była woda z zanurzonym w niej srebrem, a energią doprowadzoną energia wewnętrzna niklu.

Zad. nr 5

Rozważana przemiana nie była izobarą. Z termicznego równania stanu jest

$$p(V) = \frac{mRT}{V} \quad (5.1)$$

Za T podstawiamy do równania (5.1) $300 + 0,2V$ i otrzymaną funkcję całkujemy

$$L_{1-2} = mR \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{300}{V} + 0,2 \right) dV$$

Zad. nr 4

Na podstawie danych rzeczywistych ciepł właściwych dla temperatur $t_A = 20^\circ\text{C}$ oraz $t_B = 50^\circ\text{C}$ można było wyznaczyć równanie prostej $c(t)$

$$c(t) = c_A + \frac{c_B - c_A}{t_B - t_A} (t - t_A) \quad (\text{równanie prostej przechodzącej przez 2 dane punkty})$$

Następnie z tego równania można było wyznaczyć średnie ciepło właściwe w zakresie temperatur od $t_1 = 26,6^\circ\text{C}$ do $t_2 = 67,4^\circ\text{C}$ jako rzeczywiste ciepło właściwe dla temperatury średniej.

$$c|_{t_1}^{t_2} = c \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \quad (\text{wzór ważny tylko dla liniowej zależności } c(t))$$

i dalej obliczyć

$$Q = mc \Big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1)$$

Zad. nr 3

Za układ termodynamiczny można było przyjąć np. kulkę.

Energia doprowadzona do układu

$$E_d = 0 \quad (3.1)$$

Energia układu w stanie początkowym

$$E_{u1} = E_{p1} + U_1 = mgh + mct_1 \quad (3.2)$$

Energia układu w stanie końcowym

$$E_{u2} = U_2 = mct_2 \quad (3.3)$$

Energia wyprowadzona z układu

$$E_w = 0,1Q_{1-2} = 0,1mgh \quad (3.4)$$

Po podstawieniu równań (3.1)-(3.4) do równania bilansu i po odpowiednich przekształceniach dostajemy

$$\Delta t = \frac{0,9gh}{c}$$

Zad. nr 2

Termiczne równanie stanu dla stanu początkowego

$$p_1 V = m_1 RT \quad (1)$$

Termiczne równanie stanu dla stanu końcowego

$$p_2 V = m_2 RT \quad (2)$$

Równanie (2) dzielimy stronami przez równanie (1)

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2}{m_1} \quad (3)$$

Przyrost ilości substancji w czasie przemiany 1-2

$$\Delta m_{1-2} = m_2 - m_1 \quad (4)$$

Przyrost ciśnienia w czasie przemiany 1-2

$$\Delta p_{1-2} = p_2 - p_1 \quad (5)$$

Z równania (4) obliczamy m_1

$$m_1 = m_2 - \Delta m_{1-2} \quad (6)$$

Z równania (5) obliczamy p_2

$$p_2 = p_1 + \Delta p_1 \quad (7)$$

Podstawiamy prawe strony równań (6) i (7) do równania (3)

$$\frac{p_1 + \Delta p_{1-2}}{p_1} = \frac{m_2}{m_2 - \Delta m_{1-2}} \quad (8)$$

Z równania (8) wyznaczamy m_2

$$m_2 = \frac{p_1 + \Delta p_{1-2}}{\Delta p_{1-2}} \Delta m_{1-2} = \frac{6 - 1,38}{-1,38} (-150) = 502,17 [kg]$$

$$n_2 = \frac{m_2}{M} = \frac{502,17}{16} = 31,39 [kg]$$

UWAGA: Przyrosty ilości substancji i ciśnienia są ujemne, gdyż wartości na końcu przemiany są mniejsze niż na jej początku.

Zad. nr 1

Aby rozwiązać zadanie należało założyć temperaturę początkową wody, t_p , i ciśnienie atmosferyczne, p_{ot} , (mogło to być tzw. normalne ciśnienie atmosferyczne równe **101325 Pa**).

Z tablic należało odczytać:

- temperaturę wrzenia wody, t_s , dla założonego p_{ot} ,
- gęstość wody, ρ_w , dla założonych t_p i p_{ot} (gęstość cieczy praktycznie nie zależy od jej ciśnienia),
- ciepło właściwe wody przy stałym ciśnieniu, c_{pw} , dla średniej temperatury wody $(t_p + t_s)/2$

Moc grzałki nie była potrzebna do rozwiązania zadania.

Ilość substancji wody

$$m = \rho_w V$$

Ciepło pochłonięte przez wodę

$$Q = mc_p (t_s - t_p)$$

Zużycie energii elektrycznej

$$E_{el} = \frac{Q}{\eta}$$

Przeliczenie J na kWh (z tablic)

$$1J \cong 0,2778 \cdot 10^{-6} kWh$$

ROK AKADEMICKI 2013/2014

Zad. nr 14

Podczas rozwiązywania zadań dotyczących gazu doskonałego zalecane jest wyrażanie temperatury w kelwinach. Jeżeli założymy, że

$$u = c_v \cdot t$$

to

$$i = u + p \cdot v = c_v \cdot t + R \cdot T = c_p \cdot t + 273,15 \cdot R$$

czyli

$$i \neq c_p \cdot t$$

Dla kelwinów jest

$$u = c_v \cdot T$$

oraz

$$i = c_p \cdot T$$

Zad. nr 9

Układem była chłodnica. Układ był w stanie ustalonym. Stąd

$$\dot{E}_d = \dot{E}_w$$

$$\Delta \dot{E}_u = 0$$

Strumień energii doprowadzanej do układu to strumień entalpii czynnika dopływającego do chłodnicy

$$\dot{E}_d = \dot{I}_d = \dot{m} \cdot c_p \cdot T_1$$

Strumień energii wyprowadzanej to strumień ciepła oddawanego przez czynnik w chłodnicy oraz strumień entalpii czynnika wypływającego z chłodnicy

$$\dot{E}_w = \dot{Q}_{ch} + \dot{I}_w = \dot{Q}_{ch} + \dot{m} \cdot c_p \cdot T_2$$

Zad. nr 7

Można było przyjąć, że układem termodynamicznym jest woda. Stąd

$$E_d = U_o = m_o c_o t_o$$

$$E_{up} = U_{wp} = m_w c_w t_w$$

$$E_{uk} = U_{wk} + U_{ok} = m_w c_w t_k + m_o c_o t_k$$

$$E_w = 0$$

Indeks *o* dotyczy kulek ołowianych, indeks *w* wody, indeks *p* stanu początkowego układu, indeks *k* stanu końcowego układu. Ilość substancji zawartej we wszystkich kulkach, m_o , można było obliczyć z równania bilansu energii

$$m_o c_o t_o = m_w c_w t_k + m_o c_o t_k - m_w c_w t_w + 0$$

Liczba kulek

$$n = \frac{m_o}{m_{o1}}$$

gdzie m_{o1} jest ilością substancji w jednej kulce.

Zad. nr 6

Wykładnik politropy, z , można było wyznaczyć z równania

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{z-1}{z}} \quad (\text{R.6.1})$$

Ponieważ $z \neq \kappa$, politropa nie była izentropą. Pracę bezwzględną można było wyznaczyć z równania

$$L_{1-2} = \frac{m \cdot R}{z-1} (T_1 - T_2) \quad (\text{R.6.2})$$

a ciepło przemiany z

$$Q_{1-2} = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) \quad (\text{R.6.3})$$

gdzie ciepło właściwe przemiany jest równe

$$c = c_v \frac{z - \kappa}{z - 1} \quad (\text{R.6.4})$$

Przybliżony przebieg politropy na wykresach można było wydedukować na podstawie przebiegu izoterm i izentropy.

W rozwiązaniach zadań nie ma potrzeby przytaczania wyprowadzeń użytych wzorów, np. wzorów (R.6.1)-(R.6.4).

Zad. nr 5

Układ był odosobniony, stąd $E_d = E_w = 0$. W tym przypadku nie można było założyć, że układem był jeden z metali. Należało obliczyć z pierwszej zasady termodynamiki wyrównaną temperaturę metali, T_k , i dalej

$$\Pi = \Delta S_u = m_A c_A \ln \frac{T_k}{T_A} + m_B c_B \ln \frac{T_k}{T_B} \quad (\text{R.5.1})$$

We wzorze (R.5.1) występuje entropia całkowita w J/K, a nie entropia właściwa w J/(kg·K). Otrzymamy Π dodatnie, stąd przemiana była nieodwracalna.

Zad. nr 4

Przemiana gazu nie była przemianą politropową, a więc nie była ona także przemianą izentropową. Równanie danej przemiany miało postać

$$p = a + b \cdot V \quad (\text{R.4.1})$$

Natomiast równanie przemiany politropowej można przedstawić w formie

$$p = \frac{d}{V^z} \quad (\text{R.4.2})$$

gdzie a , b oraz d są stałymi. Pracę bezwzględną przemiany można było wyznaczyć z ogólnej zależności

$$L_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV \quad (\text{R.4.3})$$

Objętość V_2 można było obliczyć z termicznego równania stanu

$$p(V_2) \cdot V_2 = m \cdot R \cdot T_2 \quad (\text{R.4.4})$$

Zad. nr 3

Energia czynnika dostarczanego do układu rurociągiem jest równa jego entalpii. W przypadku gazu doskonałego

$$I_r = m_r \cdot c_p \cdot T_r \quad (\text{R.3.1})$$

gdzie c_p jest ciepłem właściwym gazu przy stałym ciśnieniu.

$$c_p = c_v + R \quad (\text{R3.2})$$

Zad. nr 1

Litera t we wzorze (1.1) oznacza temperaturę w stopniach Celsjusza. Funkcja (1.1) dla temperatury w kelwinach miałyby postać

$$c_p(T) = 913 + 0,187 \cdot (T - 273,15) \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right] \quad (\text{R1.1})$$

Temperaturę t_2 [$^{\circ}\text{C}$] można było wyznaczyć z równania

$$Q_{1-2} = m \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt \quad (\text{R1.2})$$