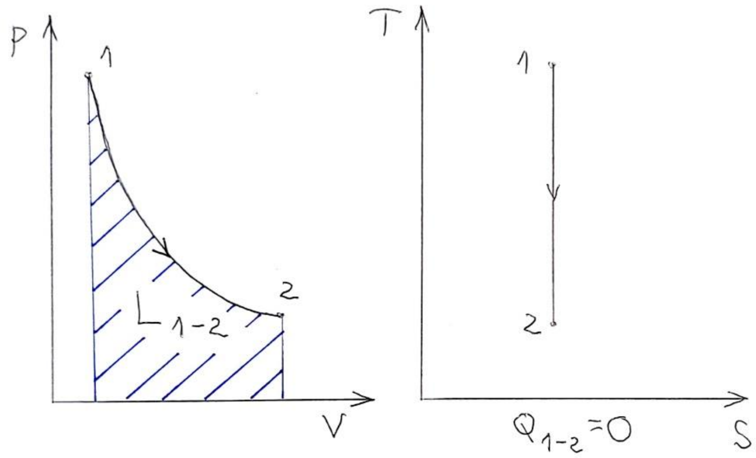
Układ zamknięty o objętości 1,8 m^3 zawiera etan C_2H_6 (30) o temperaturze 68ºC pod ciśnieniem 3,1 bar. Gaz rozprężył się izentropowo wykonując 156 kJ pracy. Obliczyć: temperaturę, ciśnienie i objętość gazu na końcu przemiany oraz przyrost energii wewnętrznej gazu. Przemianę przedstawić na wykresach p-V oraz T-S opisując początek i koniec przemiany, kierunek przemiany, pola pracy bezwzględnej i ciepła przemiany. Wykonać przeliczenie jednostek.



DANE

$$V_1 = 1{,}8\, m^3$$

$$M = 30 \frac{kg}{kmol}$$

$$t_1 = 68°C$$

$$T_1 = t_1 + 273{,}15 = 68 + 273{,}15 = 341{,}15\, [K]$$

$$p_1 = 3{,}1\, bar = 3{,}1 \cdot 10^5\ Pa$$

$$L_{1-2} = 156\, kJ$$

OBLICZYĆ

$$T_2, p_2, V_2, \Delta U_{1-2} = ?$$

ROZWIĄZANIE

Pierwsza zasada termodynamiki

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + L_{1-2} \tag{1}$$

Dla przemiany izentropowej

$$Q_{1-2} = 0 \tag{2}$$

Stąd

$$\Delta U_{1-2} = -L_{1-2} = -156\,kJ \tag{3}$$

$$\Delta U_{1-2} = mc_v\left(T_2 - T_1\right) \tag{4}$$

Ilość substancji gazu obliczamy z termicznego równania stanu

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \tag{5}$$

$$R = \frac{\left(MR\right)}{M} = \frac{8314}{30} = 277{,}1\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right]$$
$$\left[\frac{\dfrac{J}{kmol\cdot K}}{\dfrac{kg}{kmol}} = \frac{J}{kmol\cdot K}\cdot\frac{kmol}{kg} = \frac{J}{kg\cdot K}\right] \tag{6}$$

$$m = \frac{3{,}1\cdot 10^5\cdot 1{,}8}{277{,}1\cdot 341{,}15} = 5{,}902\left[kg\right]$$
$$\left[\frac{\dfrac{N}{m^2}\cdot m^3}{\dfrac{N\cdot m}{kg\cdot K}\cdot K} = \frac{1}{\dfrac{1}{kg}} = kg\right] \tag{7}$$

Ciepło właściwe gazu przy stałej objętości obliczamy z prawa ekwipartycji energii

$$c_v = \frac{1}{2} f R = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 277{,}1 = 831{,}4\left[\frac{J}{kg\cdot K}\right] \tag{8}$$

Dla gazu o cząsteczce ośmioatomowej $f = 6$.

$$T_2 = T_1 + \frac{\Delta U_{1-2}}{mc_v} = 341{,}15 + \frac{-156\cdot 10^3}{5{,}902\cdot 831{,}4} = 309{,}36\left[K\right] \tag{9}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{10}$$

Równanie (10) podnosimy stronami do potęgi $\dfrac{\kappa}{\kappa-1}$

$$\frac{p_2}{p_1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{11}$$

$$p_2=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}p_1=\left(\frac{309,36}{341,15}\right)^{\frac{1,33}{1,33-1}}3,1=2,096\left[bar\right]=2,096\cdot 10^5\ Pa \tag{12}$$

Dla gazu, którego cząsteczka zawiera więcej niż dwa atomy, współczynnik izentropy $\kappa=c_p/c_v$ jest równy 1,33.

Objętość gazu na końcu przemiany możemy obliczyć z termicznego równania stanu

$$V_2=\frac{mRT_2}{p_2}=\frac{5,902\cdot 277,1\cdot 309,36}{2,096\cdot 10^5}=2,415\left[m^3\right] \tag{13}$$

Objętość V_2 możemy także obliczyć z równania izentropy

$$p_1V_1^{\kappa}=p_2V_2^{\kappa} \tag{14}$$

Równanie (14) podnosimy stronami do potęgi $1/\kappa$

$$p_1^{\frac{1}{\kappa}}V_1=p_2^{\frac{1}{\kappa}}V_2 \tag{15}$$

Po przekształceniu otrzymujemy

$$V_2=\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}}V_1 \tag{16}$$