

ZADANIE 9.5.

Do dyszy Bendemanna o przekroju wylotowym $A_2 = 46 \text{ mm}^2$ dopływa powietrze o ciśnieniu $p_1 = 0,85 \text{ MPa}$ i temperaturze $t_1 = 22^\circ\text{C}$, z prędkością $w_1 = 105 \text{ m/s}$. Ciśnienie powietrza w przestrzeni, do której wypływa powietrze z dyszy wynosi $p_2 = 0,6 \text{ MPa}$. Zakładając, że przepływ w dyszy jest izentropowy obliczyć:

- ciśnienie i temperaturę spiętrzenia,
- prędkość powietrza na wylocie z dyszy,
- strumień powietrza przepływającego przez dyszę.

ROZWIĄZANIE

Ponieważ prędkość powietrza na wlocie do dyszy jest znaczna, nie można jej pominąć w obliczeniach. Rozwiązanie należy rozpocząć od zbadania stosunku ciśnień p_0/p_2 . W tym celu należy wyznaczyć ciśnienie spiętrzenia. Skorzystamy tu z równania izentropy

$$p_0 = p_1 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (1)$$

Dla dwuatomowego gazu doskonałego wykładnik izentropy $\kappa = 1,4$ (patrz tablica 1). Temperaturę spiętrzenia obliczymy następująco

$$T_0 = \frac{i_0}{c_p} \quad (2)$$

gdzie entalpia spiętrzenia

$$i_0 = i_1 + \frac{w_1^2}{2} = c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2} \quad (3)$$

Ciepło właściwe powietrza przy stałym ciśnieniu wyznaczmy wykorzystując prawo ekwipartycji energii

$$c_p = \frac{7}{2} R \quad (4)$$

gdzie indywidualna stała gazowa

$$R = \frac{(MR)}{M} = \frac{8314}{29} = 286,7 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \quad (5)$$

c_p oraz R można także odczytać z tablicy 1, w której podano właściwości gazów traktowanych jako gazy doskonałe. Podstawiając (5) do (4) dostajemy

$$c_p = \frac{7}{2} \cdot 286,7 = 1003 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Temperatura bezwzględna powietrza na wlocie do dyszy

$$T_1 = t_1 + 273 = 22 + 273 = 295 \text{ K}$$

Po podstawieniu do (3) wartości liczbowych otrzymujemy

$$i_0 = 1003 \cdot 295 + \frac{105^2}{2} = 301,4 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Następnie z (2)

$$T_0 = \frac{301,4 \cdot 10^3}{1003} = 300,5 \text{ K}$$

oraz z (1)

$$p_0 = 0,85 \cdot \left(\frac{300,5}{295} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,907 \text{ MPa}$$

Stosunek ciśnień dla dyszy

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{0,6}{0,907} = 0,662$$

Stosunek ten jest większy od krytycznego stosunku ciśnień, który dla dwuatomowego gazu doskonałego ma wartość

$$\beta = 0,528$$

Ciśnienie w największym przekroju dyszy jest więc wyższe od ciśnienia krytycznego, stąd prędkość na wylocie z dyszy można obliczyć ze wzoru

$$w_2 = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 286,7 \cdot 300,5 \cdot \left[1 - \left(\frac{0,6}{0,907} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right]} = 259,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dla $\frac{p_2}{p_0} < \beta$ prędkość gazu w przekroju wylotowym dyszy byłaby równa prędkości

krytycznej i nie zależałaby od wartości p_2 . Strumień powietrza przepływającego przez dyszę

$$\dot{m} = A_2 w_2 \rho_2 \tag{6}$$

Gęstość powietrza ρ_2 wyznaczmy z termicznego równania stanu

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} \tag{7}$$

gdzie temperaturę T_2 określimy z równania izentropy

$$T_2 = T_0 \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 300,5 \cdot \left(\frac{0,6}{0,907} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 267 \text{ K}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych dostajemy z (7)

$$\rho_2 = \frac{0,6 \cdot 10^6}{286,7 \cdot 267} = 7,838 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

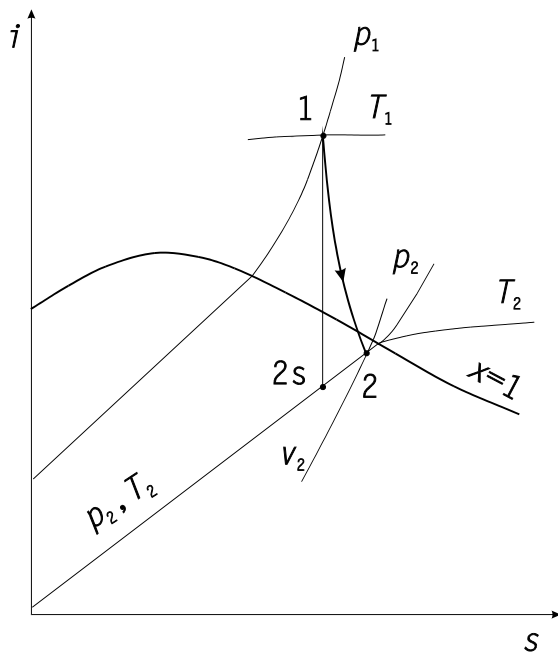
oraz z (6)

$$\dot{m} = 46 \cdot 10^{-4} \cdot 259,2 \cdot 7,838 = 9,35 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

ZADANIE 9.9.

Para wodna o parametrach $p_1 = 3 \text{ MPa}$, $T_1 = 700 \text{ K}$, $w_1 \cong 0$ ekspanduje adiatermicznie w dyszy de Laval'a do ciśnienia $p_2 = 0,1 \text{ MPa}$. Strumień pary $\dot{m} = 0,65 \text{ kg/s}$, a sprawność dyszy $\eta_d = 0,87$. Obliczyć objętość właściwą i temperaturę pary w przekroju wylotowym dyszy oraz jego pole powierzchni.

ROZWIĄZANIE



Rys. B9-9

Z wykresu $i - s$ dla pary wodnej (patrz rys. B9-9) odczytujemy

$$i_1 = 3294 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$i_{2s} = 2564 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Sprawność dyszy

$$\eta_d = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}}$$

Stąd

$$i_2 = i_1 - \eta_d(i_1 - i_{2s}) = 3294 - 0,87 \cdot (3294 - 2564) = 2659 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

W punkcie przecięcia izentalpy i_2 z izobarą p_2 odczytujemy z wykresu $i - s$

$$v_2 = 1,65 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$T_2 = 373 \text{ K}$$

Prędkość pary w przekroju wylotowym dyszy

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)} = \sqrt{2 \cdot (3294 \cdot 10^3 - 2659 \cdot 10^3)} = 1127 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Z równania ciągłości strugi

$$A_2 = \frac{\dot{m}v_2}{w_2} = \frac{0,65 \cdot 1,65}{1127} = 9,517 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

ZADANIE 9.2.

Rurociągiem o zmiennej średnicy wewnętrznej przepływa w sposób ustalony dwutlenek węgla CO_2 . Parametry gazu w przekroju wlotowym o średnicy $d_1 = 150 \text{ mm}$ wynoszą: prędkość $w_1 = 12 \text{ m/s}$, ciśnienie statyczne $p_1 = 8,35 \text{ bar}$, temperatura $T_1 = 400 \text{ K}$. Przekrój wylotowy ma średnicę $d_2 = 85 \text{ mm}$, a parametry gazu w nim wynoszą: ciśnienie statyczne $p_2 = 7,85 \text{ bar}$, temperatura $T_2 = 365 \text{ K}$. Przepływ w rurociągu odbywa się z tarciem i wymianą ciepła z otoczeniem. Obliczyć prędkość gazu opuszczającego rurociąg $w_2 \text{ m/s}$.

ROZWIĄZANIE

Ponieważ przepływ jest ustalony, to zgodnie z prawem ciągłości strumienia przez całą długość rurociągu przepływa taki sam strumień gazu

$$\dot{m} = A w \rho = \text{idem}$$

Dla przekroju wlotowego

$$\dot{m} = A_1 w_1 \rho_1 \tag{1}$$

a dla przekroju wylotowego

$$\dot{m} = A_2 w_2 \rho_2 \tag{2}$$

Po przyrównaniu prawych stron równań (1) i (2) otrzymujemy

$$w_2 = \frac{A_1}{A_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} w_1 \quad (3)$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego rury jest równe

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad (4)$$

natomiast zgodnie z termicznym równaniem stanu gęstość gazu wynosi

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (5)$$

Po podstawieniu (4) i (5) do (3) dostajemy

$$w_2 = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} w_1 = \left(\frac{150}{85} \right)^2 \cdot \frac{8,35}{7,85} \cdot \frac{365}{400} \cdot 12 = 36,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ZADANIE 9.1.

Założono, że prędkość powietrza transportowanego rurociągiem nie może przekraczać $w = 12$ m/s. Obliczyć minimalną średnicę wewnętrzną rury do transportu powietrza, jeżeli strumień powietrza $\dot{m} = 1,35$ kg / s, jego temperatura $T_1 = 320$ K, a ciśnienie $p_1 = 0,55$ MPa. Przyjąć, że powietrze jest gazem doskonałym.

ROZWIĄZANIE

Równanie ciągłości strumienia

$$\dot{m} = Aw\rho$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Indywidualna stała gazowa

$$R = \frac{(MR)}{M} = \frac{8314}{29} = 286,7 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

Z termicznego równania stanu

$$\rho = \frac{p_1}{R \cdot T_1} = \frac{0,55 \cdot 10^6}{286,7 \cdot 320} = 5,99 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

$$A = \frac{\dot{m}}{w \cdot \rho} = \frac{1,35}{12 \cdot 5,99} = 0,01878 [m^2]$$

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,01878}{\pi}} = 0,02391 [m] = 23,91 [mm]$$