Aproksymacja linią prostą

Tablica z danymi do aproksymacji

$dane :=$

0	1.03
1	3.6
3	23.16
5	27.57
4	24.26
6	16.63
8	30.41
12	50.3
11	48.22
13	60.33
16	71.89
14	59.18
17	84.27
19	77.69

$X := dane^{\langle 0 \rangle}$

$Y := dane^{\langle 1 \rangle}$

Współczynniki prostej

$a := \mathrm{line}(X, Y)$

Funkcja aproksymująca

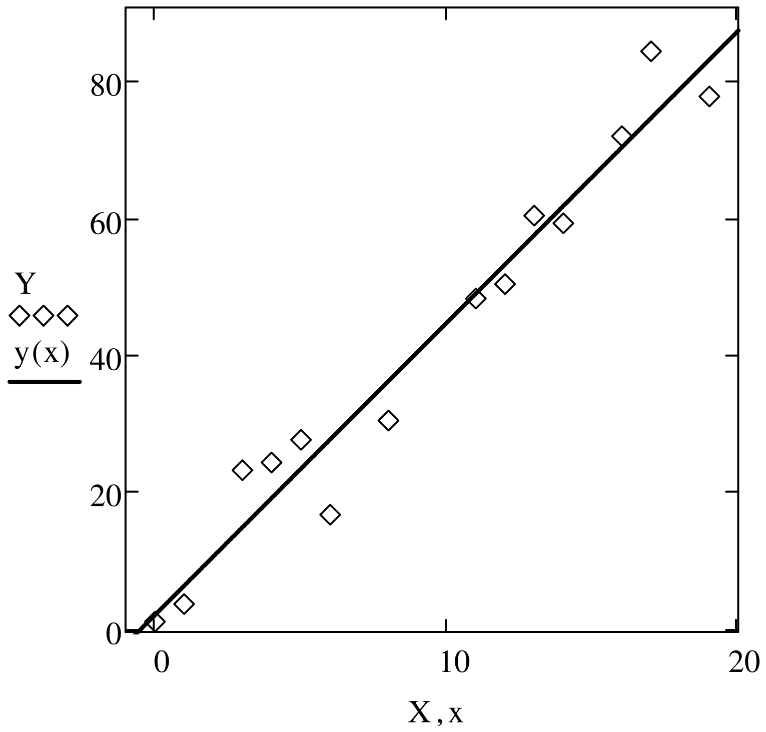
$y(x) := a_0 + a_1 \cdot x$

Można też tak

$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} := \mathrm{line}(X, Y)$

$y1(x) := p + q \cdot x$

$$x := -1, -0.95 .. 20$$



Aproksymacja linią prostą - 2

Tablica z danymi do aproksymacji

dane :=

0	1.03
1	3.6
3	23.16
5	27.57
4	24.26
6	16.63
8	30.41
12	50.3
11	48.22
13	60.33
16	71.89
14	59.18
17	84.27
19	77.69

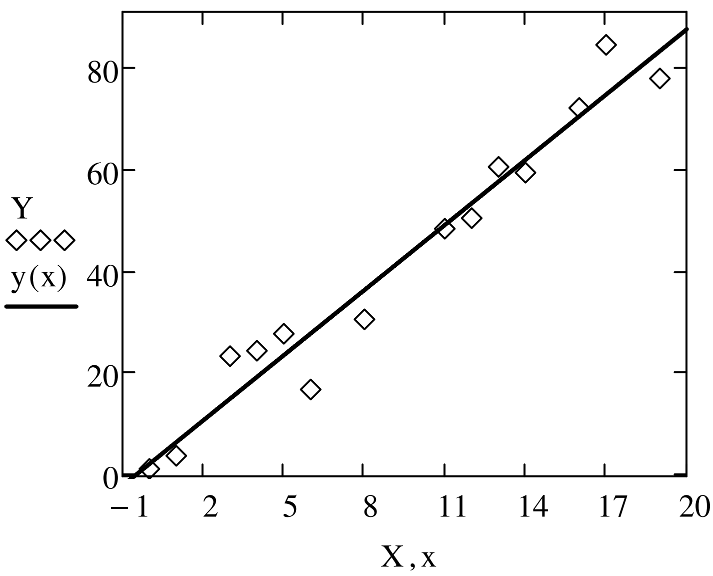
$X := dane^{\langle 0 \rangle}$

$Y := dane^{\langle 1 \rangle}$

Współczynniki prostej

$b := \mathrm{intercept}(X, Y)$ $\quad$ $m := \mathrm{slope}(X, Y)$

Funkcja aproksymująca: $\quad y(x) := b + m \cdot x$



Aproksymacja wielomianem stopnia n

Tablica z danymi do aproksymacji

dane :=

0	1.03
1	3.6
3	23.16
5	27.57
4	24.26
6	16.63
8	30.41
12	50.3
11	48.22
13	60.33
16	71.89
14	59.18
17	84.27
19	77.69

$X := dane^{\langle 0 \rangle}$ $Y := dane^{\langle 1 \rangle}$

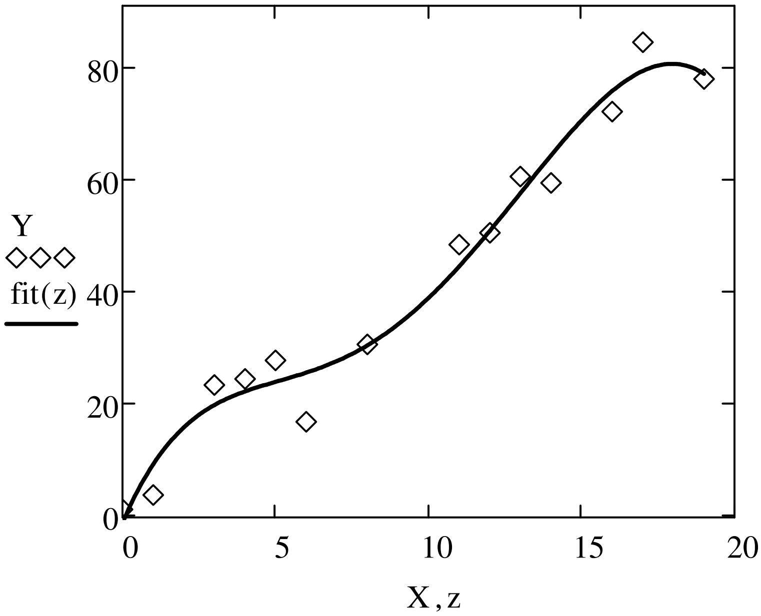
Współczynniki wyznaczane przez funkcję **regress** dla funkcji **interp**

$S := regress(X, Y, 5)$

Funkcja aproksymująca

$fit(x) := interp(S, X, Y, x)$

$$z := 0, 0.1 .. 19$$



Aproksymacja wielomianami stopnia drugiego

Tablica z danymi do aproksymacji

dane :=

5	22.86
10.6	42.86
3	23.16
5	27.57
4	24.26
6	19.63
8	30.41
12	50.3
11	48.22
13	60.33
16	71.89
14	59.18
17	84.27
17.5	77.69

$X := dane^{\langle 0 \rangle}$

$Y := dane^{\langle 1 \rangle}$

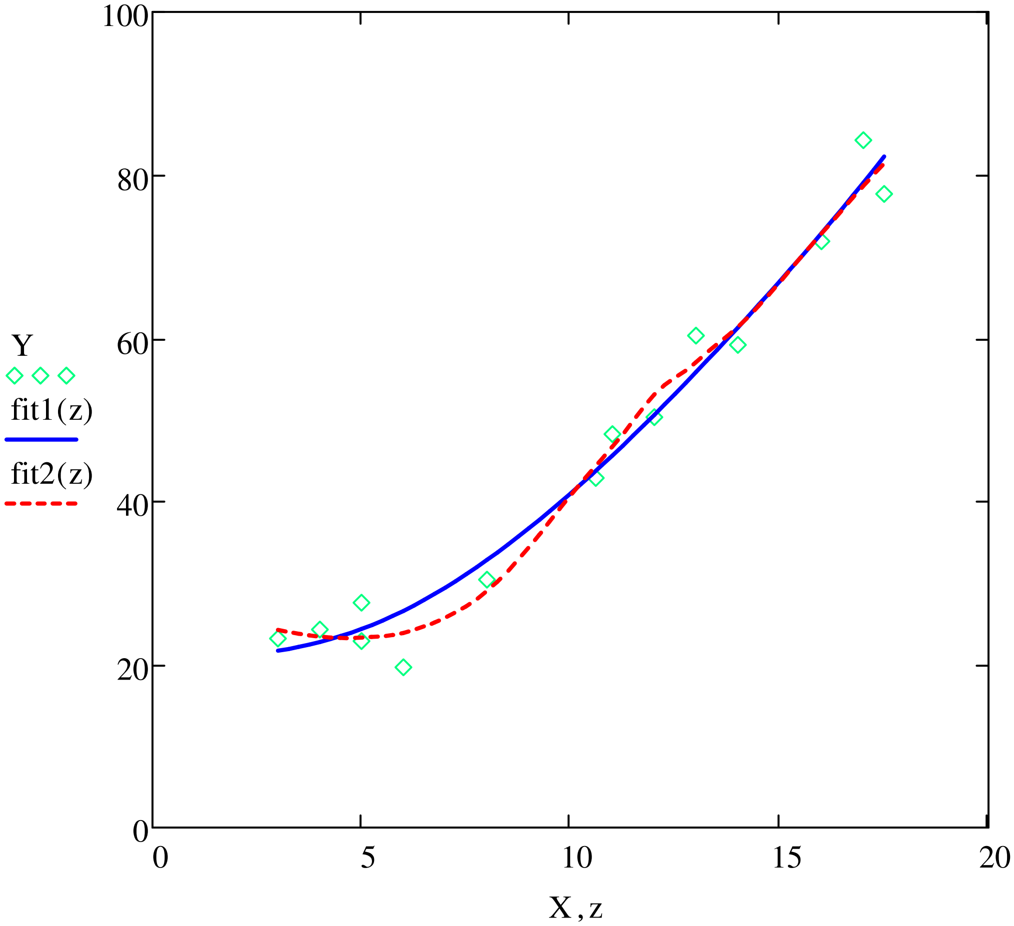
Współczynniki wyznaczane przez funkcję **loess** dla funkcji **interp**

$S1 := \mathrm{loess}(X, Y, 1.5)$ $\quad$ $S2 := \mathrm{loess}(X, Y, 0.5)$

Funkcje aproksymujące:

$\mathrm{fit1}(x) := \mathrm{interp}(S1, X, Y, x)$ $\quad$ $\mathrm{fit2}(x) := \mathrm{interp}(S2, X, Y, x)$

$z := 3, 3.25 .. 17.5$



Zastosowanie funkcji **linfit** do wyznaczenia współczynników wielomianu aproksymacyjnego drugiego stopnia

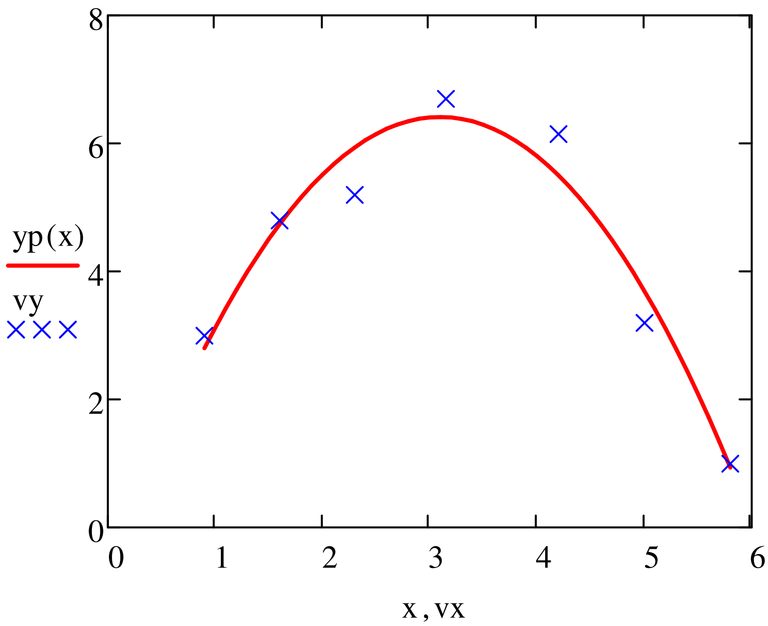
$$vx := \begin{pmatrix} 0.9 \\ 1.6 \\ 2.3 \\ 3.15 \\ 4.2 \\ 5 \\ 5.8 \end{pmatrix} \qquad vy := \begin{pmatrix} 3 \\ 4.8 \\ 5.2 \\ 6.7 \\ 6.15 \\ 3.2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad F(x) := \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \end{pmatrix}$$

Składowe wektora F(x) mogą być dowolnymi funkcjami.

$$a := \text{linfit}(vx, vy, F) \qquad a = \begin{pmatrix} -0.763 \\ 4.638 \\ -0.749 \end{pmatrix}$$

$$yp(x) := \sum_{i=0}^{2} \left(a_i \cdot F(x)_i\right)$$

$$x := 0.9, 1 .. 5.8$$



Aproksymacja nieliniowa za pomocą funkcji genfit

Wektory danych do aproksymacji

$$vx := \begin{pmatrix} .3 \\ .4 \\ 1 \\ 1.4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad vy := \begin{pmatrix} 9.4 \\ 11.2 \\ 5 \\ 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Pierwszy element po prawej stronie funkcji F(z,u) jest funkcją, która będzie aproksymować dane. Następne elementy to pochodne cząstkowe F względem poszukiwanych współczynników u_i.

$$F(z,u) := \begin{pmatrix} e^{u_0+u_1 \cdot z+u_2 \cdot z^2} \\ e^{u_0+u_1 \cdot z+u_2 \cdot z^2} \\ z \cdot e^{u_0+u_1 \cdot z+u_2 \cdot z^2} \\ z^2 \cdot e^{u_0+u_1 \cdot z+u_2 \cdot z^2} \end{pmatrix}$$

Poniższy wektor zawiera założone początkowe wartości poszukiwanych współczynników u_0, u_1, and u_2.

$$vg := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$P := \mathrm{genfit}(vx, vy, vg, F)$$

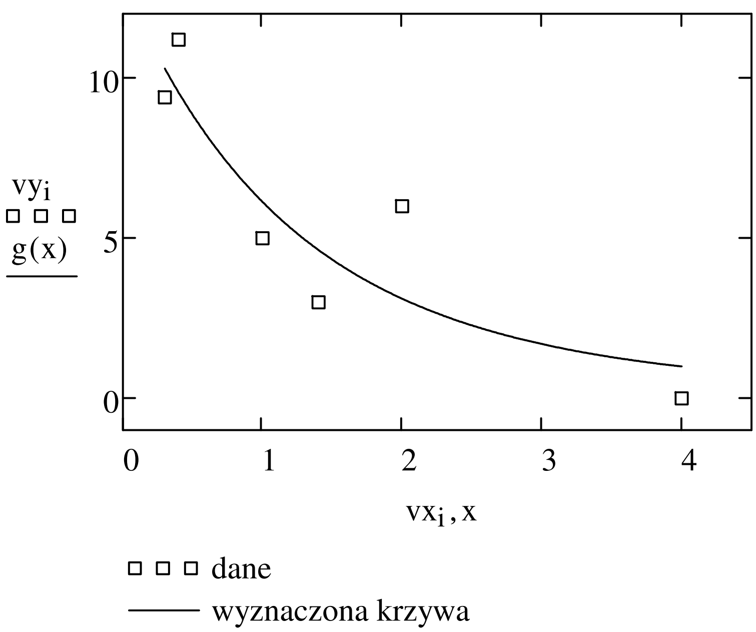
Wektor P zawiera optymalne wartości współczynników u_0, u_1, and u_2, obliczone przez **genfit**.

$$P = \begin{pmatrix} 2.5654 \\ -0.7881 \\ 0.0364 \end{pmatrix}$$

Krzywa nalepiej dopasowana do danych

$$g(x) := F(x, P)_0$$

$i := 0 .. 5$ $\qquad\qquad$ $x := .3, .31 .. 4$



Zastosowanie funkcji genfit z numerycznym wyznaczaniem pochodnych

$$F(z, u) := e^{u_0 + u_1 \cdot z + u_2 \cdot z^2}$$

$P := \mathrm{genfit}(vx, vy, vg, F)$

Prawym klawiszem myszy kliknąć w nazwę funkcji "genfit" i wybrać metodę:
Optimized Levenberg Marquardt

$$P = \begin{pmatrix} 2.5654 \\ -0.7881 \\ 0.0364 \end{pmatrix}$$

Regresja nieliniowa

$$\mathrm{vx} := \begin{bmatrix} vx_0 \\ vx_1 \\ vx_2 \\ \vdots \\ vx_n \end{bmatrix} \quad (1a) \qquad \mathrm{vy} := \begin{bmatrix} vy_0 \\ vy_1 \\ vy_2 \\ \vdots \\ vy_n \end{bmatrix} \quad (1b) \qquad \mathrm{vg} := \begin{bmatrix} a_z \\ b_z \\ c_z \end{bmatrix} \quad (1c)$$

Funkcja wykładnicza

$$\mathrm{wsp} := \mathrm{expfit}(\mathrm{vx}, \mathrm{vy}, \mathrm{vg}) \quad (2a) \qquad y = a \cdot e^{b \cdot x} + c \quad (2b)$$

$$\mathrm{wsp} = \begin{bmatrix} wsp_0 \\ wsp_1 \\ wsp_2 \end{bmatrix} \quad (3a) \qquad \begin{aligned} a &= wsp_0 \\ b &= wsp_1 \\ c &= wsp_2 \end{aligned} \quad (3b)$$

Funkcja logistyczna

$$\mathrm{wsp} := \mathrm{lgsfit}(\mathrm{vx}, \mathrm{vy}, \mathrm{vg}) \quad (4a) \qquad y = \frac{a}{1 + b \cdot e^{-cx}} \quad (4b)$$

Funkcja logarytmiczna

$$\mathrm{wsp} := \mathrm{logfit}(\mathrm{vx}, \mathrm{vy}, \mathrm{vg}) \quad (5a) \qquad y = a \cdot \ln(x + b) + c \quad (5b)$$

Funkcja potęgowa

$$\mathrm{wsp} := \mathrm{pwrfit}(\mathrm{vx}, \mathrm{vy}, \mathrm{vg}) \quad (6a) \qquad y = a \cdot x^b + c \quad (6b)$$

Funkcja sinusoidalna

$$\mathrm{wsp} := \mathrm{sinfit}(\mathrm{vx}, \mathrm{vy}, \mathrm{vg}) \quad (7a) \qquad y = a \cdot \sin(x + b) + c \quad (7b)$$

Zastosowanie funkcji **expfit** do wyznaczenia współczynników a_i

funkcji aproksymującej postaci $yp(x) := a_0 \cdot e^{a_1 \cdot x} + a_2$

$$vx := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.9 \\ 1.2 \\ 2 \\ 2.8 \\ 3.4 \\ 4.55 \end{pmatrix} \qquad vy := \begin{pmatrix} 5.2 \\ 8 \\ 11.2 \\ 16.5 \\ 25 \\ 33 \\ 48.1 \end{pmatrix}$$

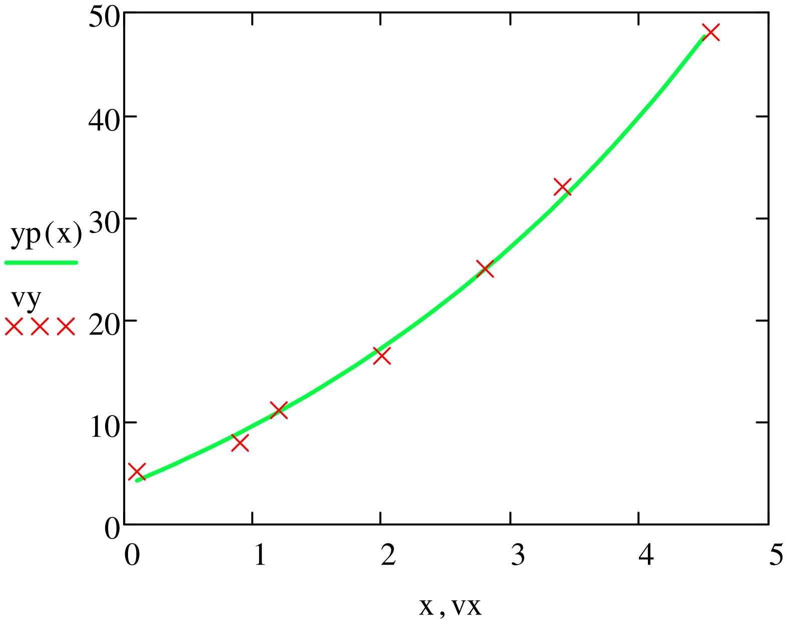
Wartości początkowe az_i (założone)

$$az := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a := \mathrm{expfit}(vx, vy, az) \qquad a = \begin{pmatrix} 19.794 \\ 0.26 \\ -15.989 \end{pmatrix}$$

$$yp(x) := a_0 \cdot e^{a_1 \cdot x} + a_2$$

$$x := 0.1, 0.2 .. 4.55$$



$n := 6$ (7 punktów o numerach od 0 do 6)

Suma kwadratów

$$S := \sum_{i=0}^{n} \left(vy_i - yp\left(vx_i\right)\right)^2 \qquad S = 3.894$$

Odchylenie średniokwadratowe

$$\Delta S := \sqrt{\frac{\displaystyle\sum_{i=0}^{n} \left(vy_i - yp\left(vx_i\right)\right)^2}{n+1}} \qquad \Delta S = 0.746$$

Można też tak

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} := \mathrm{expfit}(vx, vy, az)$$

$$yp(x) := p \cdot e^{q \cdot x} + r$$

$$yp(1) = 9.673$$

Zastosowanie funkcji **minimize** do wyznaczenia współczynników funkcji aproksymującej dowolnej postaci

$$vx := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.9 \\ 1.2 \\ 2 \\ 2.8 \\ 3.4 \\ 4.55 \end{pmatrix} \qquad vy := \begin{pmatrix} 5.2 \\ 3.43 \\ 11.2 \\ 18.5 \\ 16 \\ 33 \\ 48.1 \end{pmatrix}$$

$$fit(a,x) := a_0 + a_1 \cdot x^2 + a_2 \cdot e^{a_3 \cdot x}$$

$$S(a) := \sum_{i=0}^{last(vx)} \left(vy_i - fit\left(a, vx_i\right)\right)^2$$

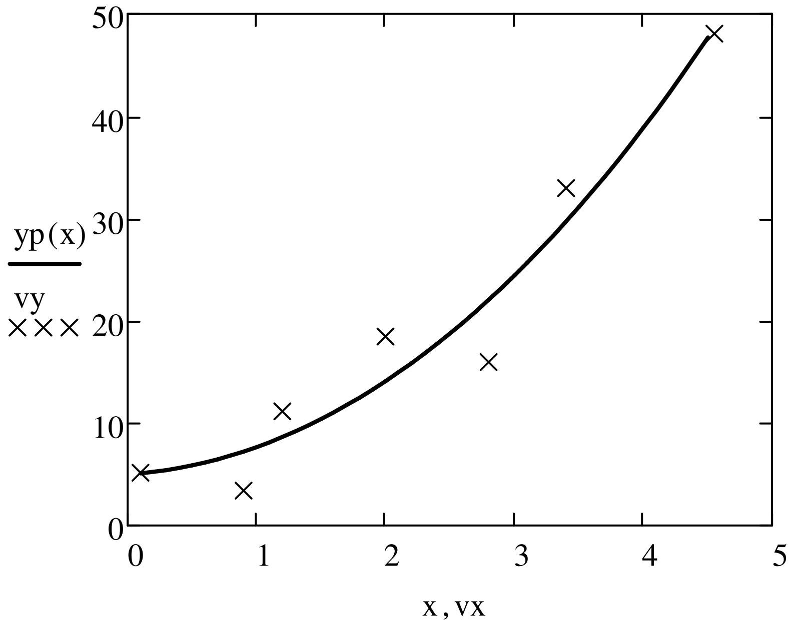
$$a_0 := 0 \qquad a_1 := 0 \qquad a_2 := 0 \qquad a_3 := 0$$

$$a := Minimize(S, a)$$

$$a = \begin{pmatrix} 2.468 \\ 1.706 \\ 2.567 \\ 0.317 \end{pmatrix}$$

$$yp(x) := fit(a, x)$$

$$x := 0.1, 0.2 .. 4.55$$



$n := 6$ (7 punktów o numerach od 0 do 6)

Suma kwadratów

$$S := \sum_{i=0}^{n} \left(vy_i - yp\left(vx_i\right)\right)^2 \qquad S = 88.082$$

Odchylenie średniokwadratowe

$$\Delta S := \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n} \left(vy_i - yp\left(vx_i\right)\right)^2}{n+1}} \qquad \Delta S = 3.547$$