Metoda Adamsa rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych

$$y'(x, y) := y^2 \cdot (\cos(x) - \sin(x)) - y \qquad (1)$$

Rozwiązanie dokładne równania (1) z warunkiem początkowym

$$y(0) := \frac{1}{2} \qquad (2)$$

ma postać

$$y(x) := \frac{1}{2 \cdot e^x - \sin(x)} \qquad (3)$$

Sprawdzenie:

$$\frac{d}{dx} y(x) - y(x)^2 (\cos(x) - \sin(x)) + y(x) \text{ simplify } \rightarrow 0$$

Warunek początkowy

$$x_0 := 0 \qquad yn_0 := \frac{1}{2}$$

Rozwiązanie numeryczne metodą Rungego-Kutty

$$F(x, y) := y^2 \cdot (\cos(x) - \sin(x)) - y$$

$$xy\_rk := \text{rkfixed}(yn, 0, 1, 10, F)$$

$h := 0.1$ $\quad\quad N := 10$

$i := 0..N$ $\quad\quad x_i := h \cdot i$ $\quad\quad yd_i := y(x_i)$

Metoda Adamsa

$$
ya := \left|
\begin{array}{l}
ya_0 \leftarrow yn_0 \\
ya_1 \leftarrow xy\_rk_{1,1} \\
ya_2 \leftarrow xy\_rk_{2,1} \\
ya_3 \leftarrow xy\_rk_{3,1} \\
\text{for } i \in 3..N-1 \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
ya_{i+1} \leftarrow ya_i + \dfrac{h}{24} \cdot \left(\begin{array}{l} 55 \cdot F(x_i, ya_i) - 59 \cdot F(x_{i-1}, ya_{i-1}) \ldots \\ + 37 \cdot F(x_{i-2}, ya_{i-2}) - 9 \cdot F(x_{i-3}, ya_{i-3}) \end{array} \right) \\
ya_{i+1} \leftarrow ya_i + \dfrac{h}{24} \cdot \left(\begin{array}{l} 9 \cdot F(x_{i+1}, ya_{i+1}) + 19 \cdot F(x_i, ya_i) \ldots \\ + -5 \cdot F(x_{i-1}, ya_{i-1}) + F(x_{i-2}, ya_{i-2}) \end{array} \right)
\end{array}
\right. \\
ya
\end{array}
\right.
$$

$$\mathrm{augment}(xy\_rk, yd, ya, x) = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.1 & 0.47382 & 0.47382 & 0.47382 & 0.1 \\ 0.2 & 0.44561 & 0.44561 & 0.44561 & 0.2 \\ 0.3 & 0.41594 & 0.41594 & 0.41594 & 0.3 \\ 0.4 & 0.38547 & 0.38547 & 0.38547 & 0.4 \\ 0.5 & 0.35486 & 0.35486 & 0.35486 & 0.5 \\ 0.6 & 0.32472 & 0.32472 & 0.32471 & 0.6 \\ 0.7 & 0.29557 & 0.29557 & 0.29556 & 0.7 \\ 0.8 & 0.26783 & 0.26783 & 0.26782 & 0.8 \\ 0.9 & 0.24179 & 0.24179 & 0.24178 & 0.9 \\ 1 & 0.21762 & 0.21762 & 0.21762 & 1 \end{pmatrix}$$