ZADANIE 9.5.

Do dyszy Bendemanna o przekroju wylotowym A_2 = 46 mm^2 dopływa powietrze o ciśnieniu p_1 = 0,85 MPa i temperaturze t_1 = 22°C, z prędkością w_1 = 105 m/s. Ciśnienie powietrza w przestrzeni, do której wypływa powietrze z dyszy wynosi p_2 = 0,6 MPa. Zakładając, że przepływ w dyszy jest izentropowy obliczyć:

a) ciśnienie i temperaturę spiętrzenia,
b) prędkość powietrza na wylocie z dyszy,
c) strumień powietrza przepływającego przez dyszę.

ROZWIĄZANIE

Ponieważ prędkość powietrza na wlocie do dyszy jest znaczna, nie można jej pominąć w obliczeniach. Rozwiązanie należy rozpocząć od zbadania stosunku ciśnień p_0/p_2. W tym celu należy wyznaczyć ciśnienie spiętrzenia. Skorzystamy tu z równania izentropy

$$p_0 = p_1\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \tag{1}$$

Dla dwuatomowego gazu doskonałego wykładnik izentropy κ = 1,4 (patrz tablica 1). Temperaturę spiętrzenia obliczymy następująco

$$T_0 = \frac{i_0}{c_p} \tag{2}$$

gdzie entalpia spiętrzenia

$$i_0 = i_1 + \frac{w_1^2}{2} = c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2} \tag{3}$$

Ciepło właściwe powietrza przy stałym ciśnieniu wyznaczymy wykorzystując prawo ekwipartycji energii

$$c_p = \frac{7}{2}R \tag{4}$$

gdzie indywidualna stała gazowa

$$R = \frac{(MR)}{M} = \frac{8314}{29} = 286{,}7\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\ K}} \qquad (5)$$

c_p oraz R można także odczytać z tablicy 1, w której podano właściwości gazów traktowanych jako gazy doskonałe. Podstawiając (5) do (4) dostajemy

$$c_p = \frac{7}{2} \cdot 286{,}7 = 1003\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\ K}}$$

Temperatura bezwzględna powietrza na wlocie do dyszy

$T_1 = t_1 + 273 = 22 + 273 = 295$ K

Po podstawieniu do (3) wartości liczbowych otrzymujemy

$$i_0 = 1003 \cdot 295 + \frac{105^2}{2} = 301{,}4 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

Następnie z (2)

$$T_0 = \frac{301{,}4 \cdot 10^3}{1003} = 300{,}5\ \mathrm{K}$$

oraz z (1)

$$p_0 = 0{,}85 \cdot \left(\frac{300{,}5}{295}\right)^{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}} = 0{,}907\ \mathrm{MPa}$$

Stosunek ciśnień dla dyszy

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{0{,}6}{0{,}907} = 0{,}662$$

Stosunek ten jest większy od krytycznego stosunku ciśnień, który dla dwuatomowego gazu doskonałego ma wartość

$\beta = 0{,}528$

Ciśnienie w najwęższym przekroju dyszy jest więc wyższe od ciśnienia krytycznego, stąd prędkość na wylocie z dyszy można obliczyć ze wzoru

$$w_2 = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}RT_0\left[1-\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} =$$

$$\sqrt{2\cdot\frac{1,4}{1,4-1}\cdot 286,7\cdot 300,5\cdot\left[1-\left(\frac{0,6}{0,907}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}}\right]} = 259,2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Dla $\frac{p_2}{p_0} < \beta$ prędkość gazu w przekroju wylotowym dyszy byłaby równa prędkości krytycznej i nie zależałaby od wartości p_2. Strumień powietrza przepływającego przez dyszę

$$\dot{m} = A_2 w_2 \rho_2 \tag{6}$$

Gęstość powietrza ρ_2 wyznaczymy z termicznego równania stanu

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} \tag{7}$$

gdzie temperaturę T_2 określimy z równania izentropy

$$T_2 = T_0\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 300,5\cdot\left(\frac{0,6}{0,907}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 267\ \mathrm{K}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych dostajemy z (7)

$$\rho_2 = \frac{0,6\cdot 10^6}{286,7\cdot 267} = 7,838\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

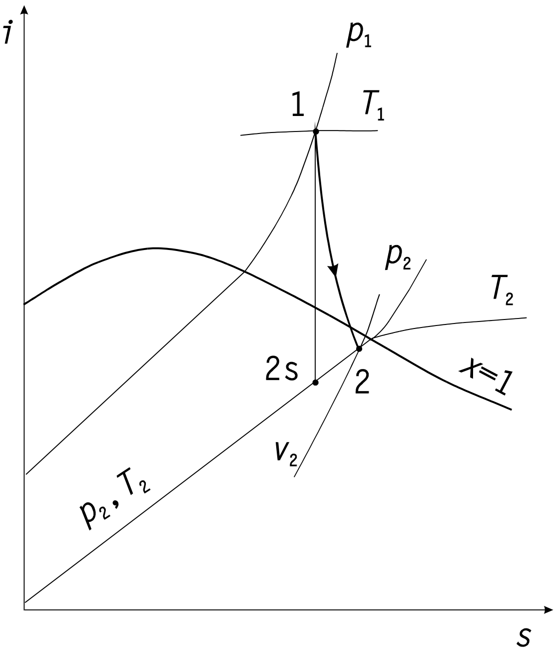
oraz z (6)

$$\dot{m} = 46\cdot 10^{-4}\cdot 259,2\cdot 7,838 = 9,35\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

ZADANIE 9.9.

Para wodna o parametrach p_1 = 3 MPa, T_1 = 700 K, $w_1 \cong 0$ ekspanduje adiatermicznie w dyszy de Lavala do ciśnienia p_2 = 0,1 MPa. Strumień pary $\dot{m} = 0,65\ \mathrm{kg/s}$, a sprawność dyszy η_d = 0,87. Obliczyć objętość właściwą i temperaturę pary w przekroju wylotowym dyszy oraz jego pole powierzchni.

ROZWIĄZANIE



Rys. B9-9

Z wykresu *i* - *s* dla pary wodnej (patrz rys. B9-9) odczytujemy

$$i_1 = 3294\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$$

$$i_{2s} = 2564\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$$

Sprawność dyszy

$$\eta_d = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}}$$

Stąd

$$i_2 = i_1 - \eta_d\,(i_1 - i_{2s}) = 3294 - 0{,}87\cdot(3294 - 2564) = 2659\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$$

W punkcie przecięcia izentalpy i_2 z izobarą p_2 odczytujemy z wykresu *i* - *s*

$$v_2 = 1{,}65\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$$

$$T_2 = 373\,\mathrm{K}$$

Prędkość pary w przekroju wylotowym dyszy

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)} = \sqrt{2\cdot(3294\cdot 10^3 - 2659\cdot 10^3)} = 1127\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Z równania ciągłości strugi

$$A_2 = \frac{\dot{m} v_2}{w_2} = \frac{0{,}65 \cdot 1{,}65}{1127} = 9{,}517 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$$

ZADANIE 9.2.

Rurociągiem o zmiennej średnicy wewnętrznej przepływa w sposób ustalony dwutlenek węgla CO_2. Parametry gazu w przekroju wlotowym o średnicy d_1 = 150 mm wynoszą: prędkość w_1 = 12 m/s, ciśnienie statyczne p_1 = 8,35 bar, temperatura T_1 = 400 K. Przekrój wylotowy ma średnicę d_2 = 85 mm, a parametry gazu w nim wynoszą: ciśnienie statyczne p_2 = 7,85 bar, temperatura T_2 = 365 K. Przepływ w rurociągu odbywa się z tarciem i wymianą ciepła z otoczeniem. Obliczyć prędkość gazu opuszczającego rurociąg w_2 m/s.

ROZWIĄZANIE

Ponieważ przepływ jest ustalony, to zgodnie z prawem ciągłości strumienia przez całą długość rurociągu przepływa taki sam strumień gazu

$$\dot{m} = Aw\rho = idem$$

Dla przekroju wlotowego

$$\dot{m} = A_1 w_1 \rho_1 \qquad (1)$$

a dla przekroju wylotowego

$$\dot{m} = A_2 w_2 \rho_2 \qquad (2)$$

Po przyrównaniu prawych stron równań (1) i (2) otrzymujemy

$$w_2 = \frac{A_1}{A_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} w_1 \qquad (3)$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego rury jest równe

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \qquad (4)$$

natomiast zgodnie z termicznym równaniem stanu gęstość gazu wynosi

$$\rho = \frac{p}{RT} \qquad (5)$$

Po podstawieniu (4) i (5) do (3) dostajemy

$$w_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1} w_1 = \left(\frac{150}{85}\right)^2 \cdot \frac{8{,}35}{7{,}85} \cdot \frac{365}{400} \cdot 12 = 36{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

ZADANIE 9.1.

Założono, że prędkość powietrza transportowanego rurociągiem nie może przekraczać $w = 12$ m/s. Obliczyć minimalną średnicę wewnętrzną rury do transportu powietrza, jeżeli strumień powietrza $\dot{m} = 1{,}35\ \mathrm{kg/s}$, jego temperatura T_1 = 320 K, a ciśnienie p_1 = 0,55 MPa. Przyjąć, że powietrze jest gazem doskonałym.

ROZWIĄZANIE

Równanie ciągłości strumienia

$$\dot{m} = Aw\rho$$

Pole powierzchni przekroju poprzecznego

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Indywidualna stała gazowa

$$R = \frac{(MR)}{M} = \frac{8314}{29} = 286{,}7\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$$

Z termicznego równania stanu

$$\rho = \frac{p_1}{R \cdot T_1} = \frac{0{,}55 \cdot 10^6}{286{,}7 \cdot 320} = 5{,}99\left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

$$A = \frac{\dot{m}}{w \cdot \rho} = \frac{1{,}35}{12 \cdot 5{,}99} = 0{,}01878\left[m^2\right]$$

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}1878}{\pi}} = 0{,}02391\left[m\right] = 23{,}91\left[mm\right]$$